

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ОБОЛОЧКИ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА, ОКРУЖАЮЩЕГО ОБЛАСТЬ Н II

В. К. Херсонский

В предположении об однородном распределении плотности проведено приближенное аналитическое описание эволюции оболочки нейтрального газа, окружающего область ионизованного водорода. Получены формулы для изменения толщины, массы и кинетической энергии оболочки. Для иллюстрации использования полученных результатов рассчитана эволюция оболочки, окружающей область Н II с центральной звездой, относящейся к спектральному классу O5.

The approximate analytic description of the neutral gas evolution which surrounds the ionized hydrogen region is made. The formulae for the changing of the thickness, mass and kinetic energy are obtained. For the illustration of the obtained results using, the evolution of the envelope surrounding H II region, which is excited by the O5 star is calculated.

Как известно, эволюция области ионизованного водорода может быть качественно разделена на две фазы (см. например, [1, 2]). В течение первой фазы горячая звезда раннего спектрального класса, излучающая N_L лаймановских квантов за 1 с, ионизует межзвездную среду с концентрацией n_0 вплоть до расстояний порядка

$$r_{i0} \approx \left[\frac{3N_L}{4\pi n_0^2 (\alpha_t - \alpha_1)} \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где α_t и α_1 — коэффициенты рекомбинации водорода (t — полный, с индексом 1 — на первый уровень). Этот процесс происходит за сравнительно короткое время и заканчивается приблизительно в момент $t_0 \approx [n_0 (\alpha - \alpha_1)]^{-1}$, после того как звезда начинает разогрев газа. К концу этой фазы движение ионизационного фронта замедляется и изменение скорости газа при переходе через фронт становится сравнимым со скоростью звука, т. е. становятся существенными гидродинамические эффекты. Поэтому на ионизационном фронте возникает ударная волна, которая опережает ионизационный фронт и уходит от него, двигаясь по нейтральному газу. Сжатие этого газа ударной волной приводит к образованию оболочки, окружающей область Н II, которая в течение второй фазы постепенно расширяется, при этом толщина ее возрастает, а скорость расширения замедляется. Эти качественные представления были подтверждены детальными гидродинамическими расчетами [3, 4], однако аналитического описания, приложимого к эволюционирующей оболочке, найдено не было. Между тем именно такое приближенное аналитическое описание является особенно ценным при сопоставлении наблюдательных данных с какими-либо теоретическими представлениями. В работе [5] получены выражения для толщины оболочки и ее энергии как функции времени, однако при этом использовалось предположение о том, что ударная волна адиабатична, что не соответствует действительности. В монографии [2] авторы учли высвечивание энергии и рассмотрели случай изотермического скачка, который должен хорошо соответствовать реальной ситуации. Предполагая, что в процессе расширения область Н II остается однородной, и пренебрегая разницей между скоростями ударной волны D_s и ионизационного фронта D_i , они получили, что скорости обоих фронтов могут быть приближенно представлены в виде

$$D_i \approx D_s \approx a_2 \left[\frac{n_2/n_0}{1 - n_2/(4n_0)} \right]^{1/2}, \quad (2)$$

где a_2 — изотермическая скорость звука ($a_2 = \sqrt{2kT_2/m_H}$, здесь T_2 — температура в области НII); n_2 — концентрация ионизованного газа. Причем из условия, что все фотоны, излучаемые звездой за пределом лаймановской серии, поглощаются в области НII, т. е. $n_2^2 r_i^3 = \text{const}$ (r_i — радиус ионизационного фронта в данный момент), можно связать отношение концентраций n_2/n_0 с отношением радиусов r_i и r_{i0} , а именно:

$$\frac{n_2}{n_0} \approx \left(\frac{r_{i0}}{r_i}\right)^{3/2}. \quad (3)$$

Для радиуса r_i получено приближенное выражение

$$r_i = r_{i0} \left[1 + \frac{7}{4} \frac{a_2}{r_{i0}} (t - t_0) \right]^{1/7}. \quad (4)$$

Формулы (2) и (4) достаточно просты и удобны для использования при интерпретации наблюдений. Однако, как уже отмечалось выше, в них не учитывается разный темп замедления ионизационного и ударного фронтов и утолщение оболочки со временем.

Цель данной работы состоит в учете этих факторов и получении приближенных аналитических выражений, описывающих эволюцию оболочки нейтрального газа, окружающего область НII.

Уравнения распространения ионизационного и ударного фронтов. При получении этих уравнений будем следовать методике, используемой в [2], однако не будем пренебрегать разностью скоростей фронтов. Введем следующие обозначения для безразмерных скоростей:

$$d_i \equiv \frac{D_i}{a_0} = \frac{1}{a_0} \frac{dr_i}{dt}; \quad d_s \equiv \frac{D_s}{a_0} = \frac{1}{a_0} \frac{dr_s}{dt}, \quad (5)$$

где r_s — радиус ударного фронта, а a_0 — изотермическая скорость звука в нейтральном газе. Кроме того, введем обозначения следующих величин:

$$y_i \equiv \frac{n_2}{n_0}; \quad y_s \equiv \frac{n_1}{n_0}; \quad \lambda \equiv \frac{a_2}{a_0}; \quad (6)$$

$$d = \lambda \frac{y_i}{1 - y_i/4}, \quad (7)$$

где n_1 — концентрация газа в сжатой оболочке; d — скорость фронтов в том случае, когда разностью скоростей D_i и D_s пренебрегают (см. [2]). Из соотношений для относительной скорости газа, набегающего на ионизационный фронт, приведенных в [2, с. 235], можно получить уравнение, связывающее d_s и d_i , которое в обозначениях (5)–(6) имеет следующий вид:

$$z^2 \frac{d_i}{4} - z \left(\frac{d_i^2}{4} + \lambda^2 \right) + 1 = 0, \quad (8)$$

где $z = y_i/d_s^2$.

Решение этого квадратного уравнения удобно представить выражением

$$z = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4\lambda^2}{d_i^2} \right) \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{16}{d_i^2} \left(1 + \frac{4\lambda^2}{d_i^2} \right)^{-2}} \right\}, \quad (9)$$

из которого видно, что при $d_i \gg 1$ (т. е. скорость ионизационного фронта много больше скорости звука в нейтральном газе, что реально имеет место) и при

$$\frac{4\lambda^2}{d_i} \approx \frac{4a_2^2}{D_i a_0} > 1$$

(так как $a_2/a_0 \approx \sqrt{T_2/T_0} \gg 1$ и $a_2/D_i > 1$), (9) может быть упрощено путем разложения квадратного корня в ряд. Ограничиваясь в этом разложении линейным членом, получаем:

$$z \approx \begin{cases} 1 + \frac{4\lambda^2}{d_i^2} - \text{верхний знак в (9);} \\ \frac{4}{d_i^2} \left(1 + \frac{4\lambda^2}{d_i^2} \right)^{-1} - \text{нижний знак в (9).} \end{cases} \quad (10)$$

Первое из этих решений должно быть отброшено, поскольку при подстановке $z = y_i/d_s$ и учете неравенств $d_i^2/4\lambda^2 \ll 1$ и $y_i < 1$ (т. е. плотность в области III при расширении становится меньше начальной); мы получаем что $d_s^2 \ll d_i^2$, что не соответствует действительности, так как ударный фронт опережает ионизационный фронт. То есть необходимо использовать второе решение (10), а именно:

$$\frac{y_i}{d_s^2} \approx \frac{4}{d_i^2} \left(1 + \frac{4\lambda^2}{d_i^2}\right)^{-1}$$

или

$$d_s^2 = y_i \lambda^2 + \frac{1}{4} y_i d_i^2. \quad (11)$$

Таким образом, уравнение (11) связывает между собой скорости распространения ионизационного и ударного фронтов. Для получения каждой из этих скоростей отдельно необходимо какое-либо второе уравнение типа (11). Тогда совместное решение этих уравнений позволит отделить рассматриваемые скорости. Это второе уравнение может быть легко получено из условия сохранения потока массы на ионизационном разрыве (см. подробнее [2]). В принятых в данной статье обозначениях это уравнение имеет вид:

$$d_i - d_s = \frac{1}{d_s} \left(\frac{1}{2} y_i \frac{d_i}{d_s} - 1 \right). \quad (12)$$

Для совместного решения (11) и (12) положим:

$$d_s = d(1 + \xi_s); \quad d_i = d(1 + \xi_i), \quad (13)$$

считая, что $\xi_s, \xi_i \ll 1$. Подставим d_s и d_i в уравнение (11) и опустим члены, пропорциональные ξ_i^2 и ξ_s^2 . Тогда получаем, что

$$\xi_s = \frac{y_i}{4} \xi_i. \quad (14)$$

Аналогичная подстановка (13) в (12) приводит к выражению

$$\xi_i - \xi_s = -\frac{1}{\lambda^2 y_i} \left(1 - \frac{y_i}{4}\right) \left(1 - \frac{y_i}{2}\right). \quad (15)$$

Совместное решение (14) и (15) дает следующие соотношения для ξ_i и ξ_s :

$$\xi_i = \frac{1}{\lambda^2 y_i} \left(1 - \frac{y_i}{2}\right); \quad \xi_s = -\frac{1}{4\lambda^2} \left(1 - \frac{y_i}{2}\right). \quad (16)$$

Таким образом, формулы (13) и (16) дают приближенные выражения для скоростей d_s и d_i , причем эти выражения справедливы до тех пор, пока $4\lambda^2$ и $y_i \lambda^2 \gg 1$, так что ξ_s и ξ_i малы.

Подставляя (13) в (16), перепишем окончательно уравнения распространения ионизационного и ударного фронтов:

$$d_i = d \left(1 - \frac{1 - \frac{y_i}{2}}{\lambda^2 y_i}\right); \quad (17a)$$

$$d_s = d \left(1 - \frac{1 - \frac{y_i}{2}}{4\lambda^2}\right). \quad (17b)$$

Интегрирование уравнений распространения. Рассмотрим уравнение (17a) и введем новые безразмерные переменные:

$$x_i = r/r_{i0}; \quad u = a_0 t/r_{i0}. \quad (18)$$

Тогда

$$d_i = \frac{1}{a_0} \frac{dr_i}{dt} = \frac{dx_i}{du};$$

кроме того, из (3) и (6) следует, что $y_i = x_i^{-3/2}$. С учетом этих соотношений уравнение (17а) после несложных преобразований можно переписать в виде

$$\frac{\left(1 - \frac{y_i}{4}\right)^{1/2}}{y_i^{7/6} \left[\left(\lambda^2 + \frac{1}{2}\right) y_i - 1\right]} dy_i = -\frac{3}{2} \lambda du. \quad (19a)$$

Далее, используя то обстоятельство, что данное рассмотрение справедливо при $\lambda^2 y_i \gg 1$ и $\lambda^2 \gg 1$, полученное уравнение можно упростить, оставляя в нем только главные члены и члены, пропорциональные $(\lambda^2 y_i)^{-1}$. Такое упрощение приводит к уравнению

$$\left(1 - \frac{1}{8} y_i + \frac{1}{\lambda^2 y_i}\right) \frac{dy_i}{y_i^{7/6}} = -\frac{3}{2} \lambda du, \quad (19б)$$

которое должно быть решено при следующем начальном условии: при $t = t_0$, $y_i = 1$. Это условие выражает тот факт, что в начальный момент времени плотность газа в области НП была равна начальной плотности.

Интегрирование уравнения (19б) не представляет труда, и мы сразу запишем решение, подставив в него величину $x_i = y_i^{-2/3}$, с тем чтобы получить непосредственно зависимость положения ионизационного фронта от времени:

$$\frac{4}{7} (x_i^{7/4} - 1) - \frac{1}{2} (x_i^{1/4} - 1) + \frac{4}{13\lambda^2} (x_i^{13/4} - 1) = \frac{a_2}{r_{i0}} (t - t_0). \quad (20)$$

Таким образом, положение ионизационного фронта $r_i = x_i r_{i0}$ в любой момент $t > t_0$ может быть найдено как решение трансцендентного уравнения (20).

Учитывая, что $\lambda^2 \gg 1$, и при $t > t_0$, $x_i > 1$ уравнение (20) может быть решено итерациями. Для получения решения $x_i^{(0)}$ в нулевом приближении в левой части (20) опустим второй и третий члены. Тогда легко получить, что

$$x_i^{(0)} = \frac{r_i^{(0)}}{r_{i0}} = \left[1 + \frac{7}{4} \frac{a_2}{r_{i0}} (t - t_0)\right]^{4/7}, \quad (21)$$

что совпадает с (4). Подстановка $x_i^{(0)}$ во второй и третий члены уравнения (20) вместо x_i приводит к решению (20) в первом приближении:

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} \left[1 + \frac{7}{8\zeta} (\zeta^{1/7} - 1) - \frac{7}{13\lambda^2 \zeta} (\zeta^{13/7} - 1)\right]^{4/7}, \quad (22)$$

где

$$\zeta = 1 + \frac{7}{4} \frac{a_2}{r_{i0}} (t - t_0).$$

Получим выражение для положения ударного фронта в произвольный момент. Используем для этого уравнение (17б) и введем безразмерный радиус ударного фронта $x_s = r_s / r_{i0}$. Заметим также, что

$$d_s \equiv \frac{1}{a_0} \frac{dr_s}{dt} = \frac{dx_s}{du} = \frac{dx_s}{dy_i} \frac{dy_i}{du},$$

где использованы обозначения (6) и (18). Производная dy_i/du может быть подставлена в (17б) непосредственно из уравнения (19а), что приводит (17б) к виду

$$\frac{dx_s}{dy_i} = -\frac{1}{6} \frac{8\lambda^2 - 2 + y_i}{y_i^{2/3} [(2\lambda^2 + 1) y_i - 2]}. \quad (23a)$$

Разлагая правую часть (23а) по малому параметру $(y_i \lambda^2)^{-1}$ и оставляя лишь линейные члены, получаем

$$\frac{dx_s}{dy_i} = -\frac{2}{3y_i^{5/3}} \left(1 + \frac{1}{y_i \lambda^2}\right). \quad (23б)$$

Это уравнение должно быть решено при начальном условии $x_s=1$ при $y_i=1$, выражающем тот факт, что в начальный момент $t=t_0$, когда $n_2=n_0$ (т. е. $y_i=1$), радиус ударного фронта r_s совпадает с r_{i0} . Искомое решение имеет вид

$$x_s = x_i + \frac{2}{5\lambda^2} (x_i^{5/2} - 1). \quad (24)$$

Из (24) следует, что толщина оболочки нейтрального газа Δr , окружающего область НП, легко определяется из соотношения

$$\Delta r = r_{i0} (x_s - x_i) = \frac{2}{5\lambda^2} r_{i0} (x_i^{5/2} - 1). \quad (25)$$

Эта толщина будет возрастать со временем по мере увеличения радиуса ионизационного фронта пропорционально $x_i^{3/2}$.

Выше уже было определено изменение концентрации газа в области НП со временем, а именно: $n_2 = n_0 y_i$ и $y_i = x_i^{-3/2}$. Легко также определить изменение концентрации газа в оболочке $n_1 = y_s n_0$, если учесть, что отношение концентраций n_1/n_0 равно отношению квадрата скорости ударного фронта к изотермической скорости звука в нейтральном газе [2]. То есть

$$y_s = \frac{D_s^2}{a_0^2} = d_s^2, \quad (26)$$

где d_s определяется формулой (17б).

Наконец, легко вычислить изменение массы и кинетической энергии оболочки со временем, предполагая, что отток газа в область НП из оболочки через ионизационный фронт незначителен, т. е. весь газ, нагретый ударной волной, сосредоточен в оболочке. Поскольку оболочка предполагается однородной, то ее масса для произвольного момента определяется выражением

$$M = M_0 y_s (x_s^3 - x_i^3), \quad (27)$$

где

$$M_0 = \frac{4}{3} \pi r_{i0}^3 n_0 m_H. \quad (28)$$

Кинетическая энергия оболочки в рассматриваемом приближении может быть определена следующим образом. Рассмотрим в оболочке узкий шаровой слой толщины dr . Масса этого слоя равна $dM = 4\pi r^2 dr n_1 m_H$, а его кинетическая энергия $\sim v^2 dM/2$, где v — скорость расширения слоя. Поскольку между положениями r_s и r_i существует некоторый перепад скоростей, то скорость в произвольной точке r внутри оболочки определим приближенно с помощью линейной интерполяции как

$$v(r) = D_i + \frac{D_s - D_i}{r_s - r_i} (r - r_i)$$

или в безразмерных величинах

$$v = \frac{v(r)}{a_0} = d_i + \frac{d_s - d_i}{x_s - x_i} (x - x_i). \quad (29)$$

Тогда кинетическая энергия всей оболочки может быть вычислена как

$$E_k = \frac{1}{2} \int v^2 dM = 2\pi n_1 m_H \int_{r_i}^{r_s} v^2 r^2 dr = \frac{3}{2} M_0 a_0^2 y_s J, \quad (30)$$

где

$$J = \int_{x_i}^{x_s} x^2 v^2(x) dx. \quad (31)$$

В интеграле J использованы безразмерные величины $x = r/r_{i0}$ и v , определяемая формулой (29). Вычисление интеграла и подстановка его в (30) приводит к следующему выражению для кинетической энергии оболочки:

$$E_k = E_0 \gamma_s (x_s^3 - x_i^3) \left(\frac{d_i x_s - d_s x_i}{x_s - x_i} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \eta \frac{x_s^4 - x_i^4}{x_s^3 - x_i^3} + \frac{3}{5} \eta^2 \frac{x_s^5 - x_i^5}{x_s^3 - x_i^3} \right\}, \quad (32)$$

где

$$\eta = \frac{d_s - d_i}{d_i x_s - d_s x_i}; \quad E_0 = \frac{1}{2} M_0 a_0^2. \quad (33)$$

Иллюстративный расчет эволюции оболочки. Выше были получены формулы для скоростей и положений ионизационного и ударного фронтов, толщины оболочки нейтрального газа, ее плотности, массы и кинетической энергии как функций времени.

Для иллюстрации произведем численный расчет этих величин для оболочки нейтрального газа, окружающей область НII, ионизованную звездой спектраль-

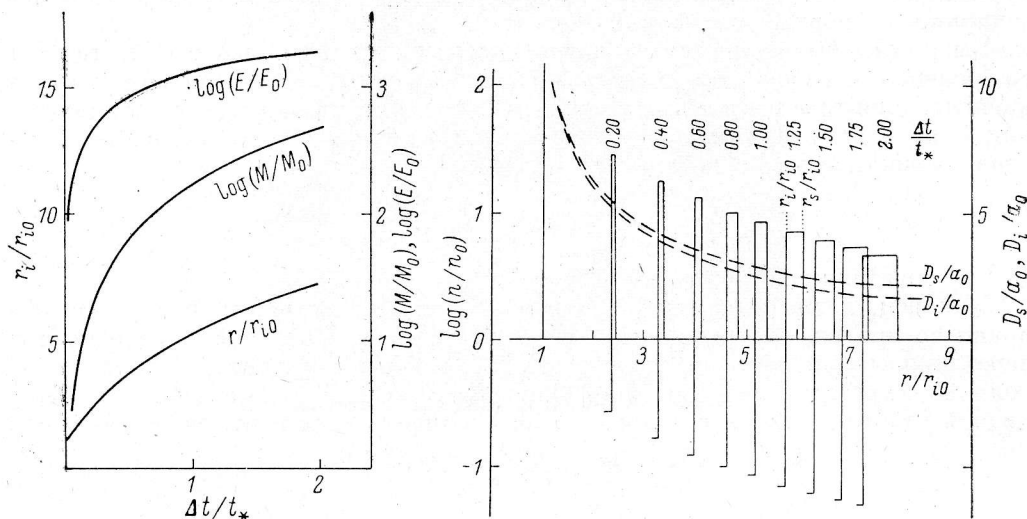


Рис. 1. Радиус ионизационного фронта как функция времени (левая шкала) и зависимости массы (M/M_0) и кинетической энергии (E_k/E_0) оболочки от времени (правая шкала).

Рис. 2.

Сплошная линия — распределение концентрации газа в оболочке и в области НII при различных расстояниях от возбуждающей звезды (значения n/n_0 указаны на левой шкале). Штриховые линии — скорости ударного и ионизационного фронтов как функции расстояния от звезды (значения скоростей указаны на правой шкале). На рисунке также указаны моменты $\Delta t/t_*$, соответствующие положениям фронтов.

ного класса O5. Примем, что начальная концентрация межзвездного газа $n_0 = 1000 \text{ см}^{-3}$. Тогда начальный радиус ионизованной области $r_{10} = 1.2 \text{ пк}$ [1], а $t_0 = 136$ лет. Примем также, что температура в нейтральном газе равна $T_0 = 100 \text{ К}$, а в области НII $T_2 = 10^4 \text{ К}$. Тогда $a_0 = 1.3 \text{ км/с}$, $a_2 = 13 \text{ км/с}$, $\lambda = 10$, $M_0 = 125.7 M_\odot$, $E_0 = 2.092 \cdot 10^{45} \text{ эрг}$.

Будем измерять время $t - t_0$ в единицах $t_* = r_{10}/a_0 = 8.527 \cdot 10^5$ лет. Тогда легко рассчитать все параметры оболочки. Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2. На рис. 1 изображены зависимость радиуса ионизационного фронта от времени $x_i(t) = r_i(t)/r_{10}$ (левая шкала), рассчитанная по формуле (20), и зависимости массы $M(t)/M_0$, и кинетической энергии $E_k(t)/E_0$ оболочки от времени (правая шкала), вычисленные по формулам (27) и (32). Максимальное значение времени $\Delta t/t_* \approx 2$ соответствует моменту, до которого рассмотренное приближение еще остается справедливым.

На рис. 2 указаны профили плотности n/n_0 при различных расстояниях от возбуждающей звезды для различных моментов (левая шкала). Видно, что с течением времени оболочка расширяется и плотность в ней убывает. Убывает также и концентрация газа в области НII, что является следствием выметания газа ударной волной. На этом же рисунке показаны зависимости скоростей ударного и ионизационного фронтов на различных расстояниях от звезды, соответствующих различным моментам (правая шкала). С увеличением времени эти скорости быстро убывают, достигая к моменту $\Delta t/t_* \approx 2$ значений порядка

2 км/с, т. е. скорость регулярного движения оболочки сравнивается со скоростями нерегулярных движений в межзвездной среде. К этому же моменту кинетическая энергия оболочки достигает величины $\sim 4 \cdot 10^{48}$ эрг и при последующей остановке и рассеянии оболочки будет передана межзвездной среде. Эта величина совпадает с оценками переданной энергии, приведенными в различных работах (см., например, [6]).

Заключение. Кратко суммируем полученные результаты. Выше было проведено приближенное аналитическое описание эволюции оболочки нейтрального газа, окружающей область ионизованного водорода. Получены простые формулы для скоростей ионизованного и ударного фронтов, плотностей в области HII и в оболочке, для массы и кинетической энергии оболочки. В качестве примера использования этих формул проведен расчет параметров оболочки нейтрального газа, окружающего область HII, разогретую возбуждающей звездой спектрального класса O5. Можно полагать, что данное приближенное описание динамики расширения оболочки будет особенно удобным при интерпретации наблюдений межзвездного газа в окрестностях зон ионизованного водорода.

Литература

1. Спитцер Л. мл. Физические процессы в межзвездной среде. М.: Мир, 1981. 352 с.
2. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 336 с.
3. Matthews W. G. The time evolution of an HII region. — *Astrophys. J.*, 1965, 142, p. 1120—1140.
4. Welter G. L. The structure and dynamics of HII regions. — *Astrophys. J.*, 1980, 240, p. 514—523.
5. Lasker B. The energization of the interstellar medium by ionization limited HII regions. — *Astrophys. J.*, 1967, 149, p. 23—28.
6. Горбачкий В. Г. Космическая газодинамика. М.: Наука, 1977. 360 с.

Поступила в редакцию 20 апреля 1983 г.