

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АСТРОКЛИМАТИЧЕСКИХ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗВЕЗДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В МЕСТЕ УСТАНОВКИ БТА

О. Б. Васильев, Н. Ф. Нелюбин

По материалам Зеленчукской экспедиции ГАО АН СССР (1961—1966 гг.) проведено статистическое исследование рядов наблюдений астроклиматических и метеорологических характеристик места установки БТА. Показано наличие периодических составляющих в исследуемых характеристиках. Отмечается, что не существует уверенной корреляции качества звездных изображений с каждой метеохарактеристикой в отдельности. Проведен многофакторный дисперсионный анализ, который позволил установить зависимость качества звездных изображений от совокупности метеохарактеристик и их производных. Получено линейное представление угла турбуленции через метеохарактеристики и их производные. Исследована возможность статистического прогнозирования качества звездных изображений по частотному спектру угла турбуленции, а также с помощью полученного линейного представления.

A statistical study was carried out on sets of observations of the BTA site astronomical and meteorological characteristics obtained during the Zelenchuk expedition (1961—1966) of the Main Astronomical Observatory of the USSR Academy of Sciences. The characteristics under study are shown to have periodical components. It is noted that no obvious correlation is found between seeing conditions and each meteorological characteristic taken separately. A multifactorial variance analysis was performed that allowed to ascertain a dependence of seeing conditions on the set of the meteorological characteristics and their derivatives. A linear representation of the turbulence angle by the meteorological characteristics and their derivatives is obtained. The possibility is discussed of statistical predicting of seeing conditions by using a frequency spectrum as well as the above linear representation of the turbulence angle.

ВВЕДЕНИЕ

Выполненный ранее в работе [1] гармонический анализ рядов наблюдений метеорологических и астроклиматических характеристик места установки БТА (средние многолетние среднемесячные данные) показал, что как каждая метеохарактеристика, так и угол турбуленции t''_0 , характеризующий качество звездных изображений, может быть удовлетворительно представлен суммой двух гармонических колебаний с периодами в 12 и 6 месяцев. Была сделана попытка построения однопараметрических представлений для метеохарактеристик и угла турбуленции t''_0 , причем в качестве параметра бралась температура воздуха. Показано, что однопараметрические представления могут описывать лишь общие закономерности изменения указанных характеристик. Получено также выражение для линейного представления t''_0 комбинацией метеохарактеристик и модулей их производных по средним многолетним среднемесячным данным

$$t''_0 = t_0 + \sum_{i=1}^4 t_i \bar{Q}_i + \sum_{i=1}^4 t'_i \left| \frac{d\bar{Q}_i}{dt} \right|, \quad (1)$$

где $\bar{Q}_1 = \bar{P}$, $\bar{Q}_2 = \bar{T}$, $\bar{Q}_3 = \bar{v}$, $\bar{Q}_4 = \bar{B}$; t_0 — среднее многолетнее значение угла турбуленции; t_i и t'_i — параметры. Среднеквадратичное относительное

отклонение вычисленных значений \bar{t}_0'' от наблюдаемых составляет всего 2% (рис. 1). Параметры формулы (1) вычислялись лишь по 12 точкам, т. е. число уравнений (1) было не намного больше числа параметров t_i и t'_i . Тем не менее, хорошее представление угла турбуленции \bar{t}_0'' в виде (1) послужило основанием для продолжения статистического анализа имеющихся рядов наблюдений по среднемесячным значениям астроклиматических и метеорологических характеристик, полученных во время работы Зеленчукской экспедиции ГАО АН СССР в течение 64 месяцев (1961—1966 гг.).

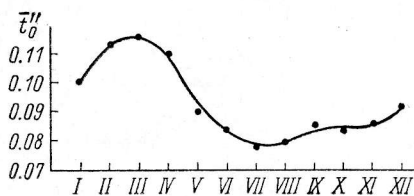


Рис. 1. Сравнение вычисленных по формуле (1) значений угла турбуленции (сплошная линия) с наблюдаемыми значениями (точки) для средних многолетних среднемесячных значений \bar{t}_0'' и Q_i .

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА НАБЛЮДАТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

Использованные ряды наблюдений метеорологических и астроклиматических характеристик, к сожалению, неоднородны: они, во-первых, неравноточные (число наблюдений в каждом месяце неодинаково) и, во-вторых, неравностоящие (есть месяцы, когда наблюдения не проводились).

Для того чтобы уменьшить эти недостатки, было произведено сглаживание наблюдений вероятностным оператором Уиттекера. Суть этой операции сводится к следующему (подробнее см. в [2, 3]). Рассматривая исходный ряд $\{Q_i\}$ как некоторую статистическую совокупность значений, находим такой ряд $\{Q'_i\}$, значения которого лежали бы на гладкой кривой и как можно меньше отличались от значений исходного ряда $\{Q_i\}$. Для этого приписываем каждой точке ряда вес, пропорциональный числу наблюдений, а пропущенным значениям — вес, равный нулю, и, действуя оператором Уиттекера на исходный ряд $\{Q_i\}$, получаем ряд равноточный, равностоящий и сглаженный $\{Q'_i\}$.

Программа для сглаживания рядов наблюдений по третьим разностям была составлена М. С. Чубеем (ГАО АН СССР). Обработка рядов производилась на ЭВМ «Минск-22» с двумя коэффициентами сглаживания ϵ , равными 0.01 и 1.0. В предельных случаях при $\epsilon=0$ мы имели бы прямую линию, соответствующую математическому ожиданию исходного ряда, и при $\epsilon=\infty$ — исходный ряд. Для дальнейших расчетов были взяты ряды, полученные с коэффициентом сглаживания $\epsilon=1.0$. Как видно из рис. 2, выбранный коэффициент позволяет, при достаточной степени сглаживания, уверенно передать особенности исходных рядов наблюдений.

АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И КРОССКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЯДОВ НАБЛЮДЕНИЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И УГЛА ТУРБУЛЕНЦИИ

При вычислении энергетических спектров исследуемых рядов наблюдений [4—6] для полного использования значений автокорреляционной функции ρ_n часто вводится в выражение для амплитуд спектра

$$c_k^2 = \sum_{n=0}^{N-k} \rho_n \cos\left(\frac{\pi nk}{N}\right) \quad (2)$$

та или другая весовая функция, в нашем случае — функция Тьюки [7]: $\lambda(n) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi n}{N} \right]$. В этих выражениях c_k — амплитуды периодических

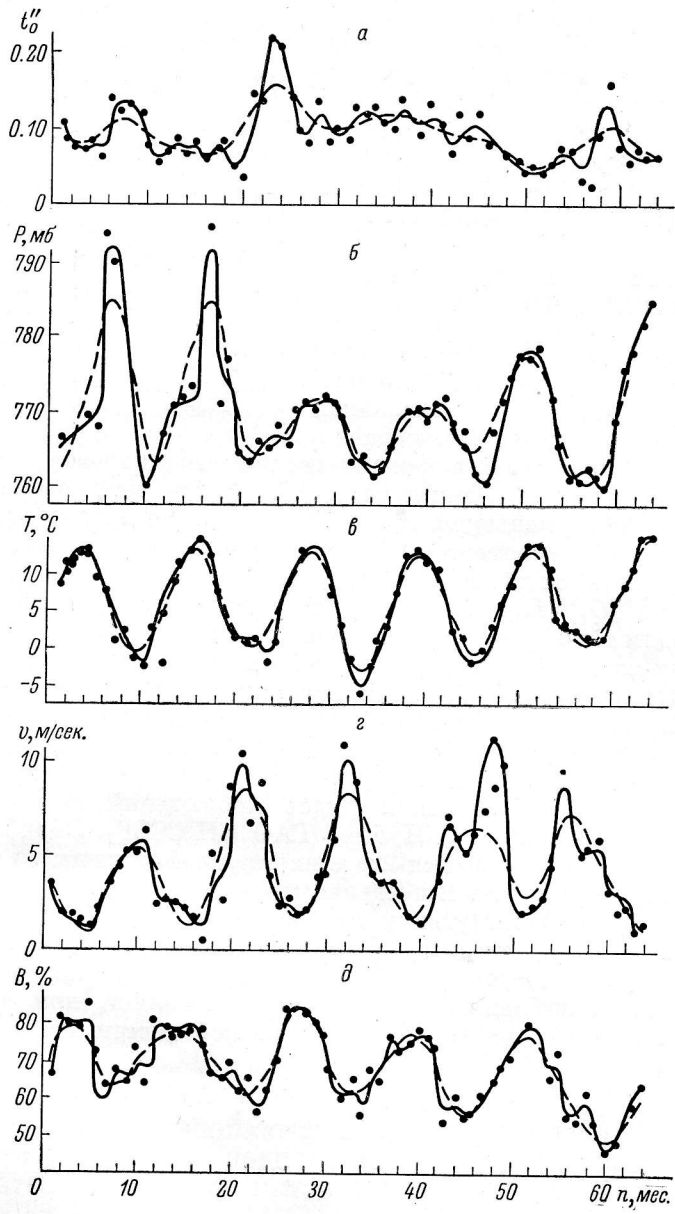


Рис. 2. Ряды наблюдений (точки), сглаженные оператором Уиттекера с коэффициентами сглаживания $\epsilon=1.0$ (сплошная линия) и $\epsilon=0.01$ (штриховая линия).
 а — угла турбулентности; б — атмосферного давления; в — температуры воздуха; г — скорости ветра; д — относительной влажности воздуха.

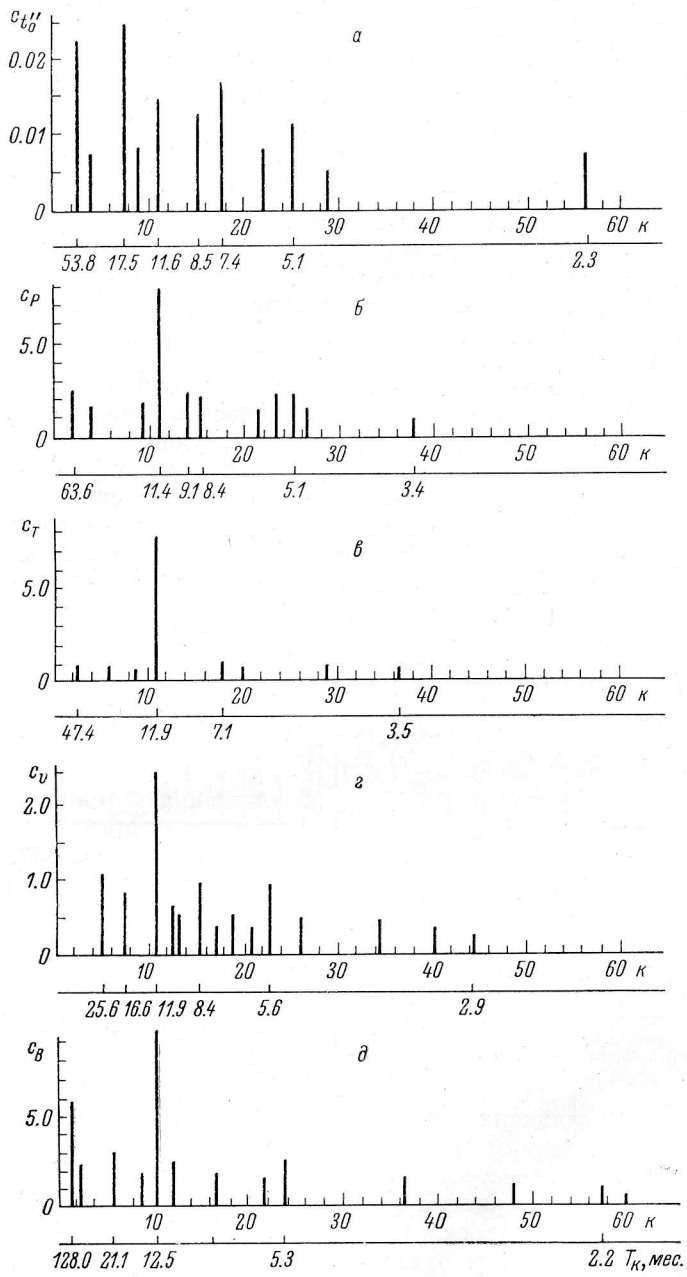


Рис. 3. Частотные спектры исследуемых рядов наблюдений.
a — угла турбулентности; *б* — атмосферного давления; *в* — температуры воздуха; *г* — скорости ветра; *д* — относительной влажности воздуха.

составляющих с периодами T_k , $k = \frac{2N}{T_k}$ — безразмерный параметр, $n = 0, 1, 2, \dots, N'$ — текущий сдвиг автокорреляционной функции ρ_n , N — длина ряда. Тогда для амплитуд частотного спектра получаем выражение

$$c_k^2 = \sum_{n=0}^{N-2} \rho_n \cos\left(\frac{\pi nk}{N}\right) \left[1 + \cos \frac{\pi n}{N}\right]. \quad (3)$$

Для получения дискретных линий спектра («тонкой структуры») использован последовательный временной съем периодических составляющих (см., например, [4], стр. 90–92). Программа вычислений частотных спектров и их тонкой структуры для ЭВМ «Минск-22» составлена Н. П. Годисовым (ГАО АН СССР). Полученная тонкая структура исходных рядов (рис. 3) в области высоких частот ограничена частотой $\omega_k = \frac{k}{2N}$, соответствующей $k=60$, что эквивалентно периоду примерно в два месяца.

Неслучайность той или иной периодической составляющей можно оценить известными способами [8]. Соответствующие оценки неслучайности по χ^2 -распределению (критерий $p(\chi^2)$) и по критерию Фишера (F_{1-q}) даны в табл. 1, из которой видно, что не все периодические составляющие (гармоники) исследуемых рядов случайны. Из всего многообразия гармоник для t_0'' наиболее вероятны гармоники с годовым, полугодовым и полуторагодовым периодами, к тому же они являются общими почти для всех рассматриваемых рядов наблюдений.

ТАБЛИЦА 1

Периоды (приближенно)	t_0''			P (мб)			T (°С)			v (м/сек.)			B (‰)		
	T_k (мес.)	$p(\chi^2)$	F_{1-q}^*	T_k (мес.)	$p(\chi^2)$	F_{1-q}	T_k (мес.)	$p(\chi^2)$	F_{1-q}	T_k (мес.)	$p(\chi^2)$	F_{1-q}	T_k (мес.)	$p(\chi^2)$	F_{1-q}
1.5 года	17.5	0.73	1.43	—	—	—	18.0	0.69	1.33	16.6	0.30	1.26	—	—	—
1.0 год	11.6	0.51	1.27	11.4	1.00	2.03	11.9	1.00	17.0	11.9	1.00	2.30	12.5	1.00	2.00
0.5 года	5.1	0.56	1.28	5.1	0.27	1.21	5.6	—	—	5.6	0.27	1.20	—	—	—
> 3 лет	54.0	0.42	1.26	64.0	0.18	1.24	47.0	0.38	1.32	—	—	—	128.0	0.94	1.67
2 года	22.7	0.31	1.33	—	—	—	—	—	—	25.6	0.16	1.20	—	—	—
8.5 мес.	8.5	0.45	1.27	—	—	—	—	—	—	8.4	0.31	1.25	—	—	—
7.5 мес.	7.4	0.30	1.27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.5 мес.	4.5	0.53	1.25	—	—	—	4.4	0.18	1.20	—	—	—	—	—	—

* Критические дисперсионные отношения F_{1-q} при уровне значимости $q=0.2$ изменяются в пределах 1.25–1.35, уменьшаясь с уменьшением периода.

Наличие совпадающих гармоник для угла турбуленции t_0'' и метеохарактеристик Q_i дает основание предполагать, что может существовать зависимость между качеством звездных изображений и погодой. Влияние каждой из метеохарактеристик Q_i на величину угла турбуленции t_0'' было оценено нами методом кросскорреляционного анализа [6]. Были рассчитаны кросскорреляционные функции $R(\tau)$ для пар t_0'' и Q_i . Соответствующие графики приведены на рис. 4. Как видим, максимальная корреляция достигается в каждой паре t_0'' и Q_i при сдвиге на некоторое τ , причем 12 месяцев является «периодом кросскорреляции», доминирующим во всех парах t_0'' и Q_i . Очевидно, что эти максимумы дают «ложную» корреляцию. Годовые гармоники с амплитудами, значительно большими, чем у всех других, подавляют при взаимной корреляции остальные гармоники и, следовательно, исключают возможность выявления причинно-следственных связей рассматриваемых процессов. Это можно было предполагать, так как трудно представить себе, чтобы угол турбуленции, определяемый

флуктуациями фронта световой волны на атмосферных неоднородностях, зависел только от одной какой-то метеохарактеристики. Немаловажную роль в формировании микроклимата данного места как определяющего фактора для величины угла турбуленции играют погода, особенности рельефа, высота над уровнем моря, географическое положение, характер подстилающей поверхности. Можно ожидать, что при некотором благоприятном стечении обстоятельств качество звездных изображений будет в основном определяться каким-то одним фактором. Так, в работах [9, 10] отмечается довольно хорошая корреляция угла турбуленции с величиной скорости ветра.

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

В отличие от автокорреляционного и кросскорреляционного методов, дисперсионный анализ [11] позволяет оценить степень влияния не только каждого фактора в отдельности, но и дает оценку совместного влияния действующих факторов.

Дисперсионный анализ основан на разложении общей дисперсии изучаемого явления на составляющие, определяемые влиянием отдельных условий наблюдения (действующих факторов). Необходимой предпосылкой для проведения дисперсионного анализа является гауссово распределение ошибок измерений. Вывод о значимости влияния действующих факторов на результаты наблюдений делается из сравнения вычисленных дисперсионных отношений

$$F_i = \frac{m_{Q_i}^2}{m_r^2}, \quad F_{ij} = \frac{m_{Q_i Q_j}^2}{m_r^2}, \quad \dots \quad (4)$$

$(i \neq j \neq \dots)$

($m_{Q_i}^2$ — дисперсия, обусловленная фактором Q_i ; $m_{Q_i Q_j}^2$ — дисперсия, связанная с действием двух факторов и т. д.; m_r^2 — остаточная дисперсия, обусловленная действием неучтенных факторов) с теоретическими дисперсионными отношениями F_q при заданном уровне значимости и соответствующих степенях свободы числителя и знаменателя в отношениях (4). Для оценки значимости влияния факторов должно выполняться условие $F_i > F_q$, $F_{ij} > F_q$ и т. д.

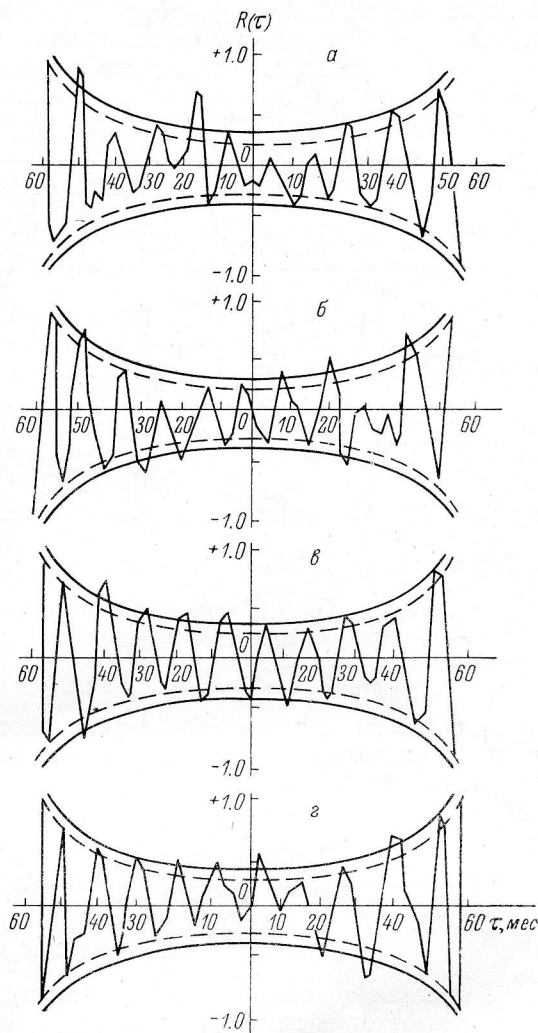


Рис. 4. Кросскорреляционные функции $R_i(\tau)$.
а — для t_0'' и P ; б — для t_0'' и v ; в — для t_0'' и $\frac{1}{2}T$;
г — для t_0'' и B . Сплошная линия — при уровне значимости $q=0.01$, штриховая линия — при $q=0.05$.

Был проведен 4-факторный дисперсионный анализ как для действующих факторов Q_i , так и для их производных, взятых по модулю, т. е. для $\left| \frac{dQ_i}{dt} \right|$. Проводился также дисперсионный анализ для $\frac{dQ_i}{dt}$, ΔQ_i и $\left| \frac{d(\Delta Q_i)}{dt} \right|$, где ΔQ_i — отклонения от среднемесячных значений Q_i .

Провести полный (8-факторный) дисперсионный анализ не представляется возможным из-за недостаточности наблюдательного материала (как следует из теории, для проведения n -факторного дисперсионного анализа число наблюдений должно быть по крайней мере не меньше, чем 2^n).

ТАБЛИЦА 2

Действующие факторы (метеохарактеристики)	Вычисленные по формуле (4) дисперсионные отношения F^*				
	Q_i	$\left \frac{dQ_i}{dt} \right $	$\frac{dQ_i}{dt}$	ΔQ_i	$\left \frac{d(\Delta Q_i)}{dt} \right $
P	2.6	2.1	0	0	1.2
T	1.2	0	0	0.3	0.2
v	1.4	0	0	0.4	0
B	1.6	0.1	0	0.1	0.2
Pv	1.8	0.4	0.3	0.3	0
PT	2.2	0.3	0	0.4	0.1
PB	2.3	0.3	0.3	0	0.1
vT	0.1	0.1	0.4	0.2	0
vB	0.1	0.4	0	0	0.1
TB	1.0	0.2	1.5	0.1	0
PvT	4.0	0.8	0.5	0.8	0.1
PvB	5.0	1.2	0.7	0.3	0.3
PTB	6.0	0.8	0.8	0.6	0.2
vTB	1.0	1.0	2.3	0.2	0.9
$PvTB$	36.9	8.2	6.3	4.4	2.3

* Критическое значение $F_{\eta=0.01} = 7.1$.

Результаты проведенного 4-факторного дисперсионного анализа (см. табл. 2) позволяют предположить, что влияние метеохарактеристик становится значимым лишь тогда, когда они действуют в совокупности, причем из отдельных факторов наиболее существенными являются давление и его изменение.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УГЛА ТУРБУЛЕНЦИИ В ВИДЕ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И МОДУЛЯ ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Учитывая то обстоятельство, что влияние метеохарактеристик и их производных, взятых по модулю, существенно, попытаемся представить угол турбуленции в виде следующих линейных функций:

$$t_0'' = t_0 + \sum_{i=1}^4 t_i Q_i \quad (5)$$

и

$$t_0'' = t_0 + \sum_{i=1}^4 t_i Q_i + \sum_{i=1}^4 t'_i \left| \frac{dQ_i}{dt} \right|. \quad (6)$$

В отличие от (1), в формулах (5) и (6) t_0'' и Q_i представляют собой среднемесячные значения. Параметры t_i и t'_i в этих формулах вычислены способом наименьших квадратов на ЭВМ «Минск-22». Полученные расчетным путем и наблюдаемые значения угла турбуленции приведены на рис. 5.

Ясно, что комбинация одних только Q_i по формуле (5) удовлетворительно показывает лишь общий ход изменения t_0'' , при этом коэффициент

корреляции $\rho = +0.20$, среднеквадратичное относительное отклонение вычисленных значений угла турбуленции от наблюдаемых $\eta = 47\%$. Значительно лучшее согласие с наблюдениями дает формула (6): $\rho = +0.52$

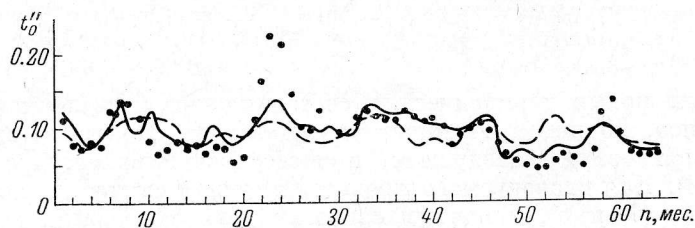


Рис. 5. Сравнение рассчитанных значений t''_0 с наблюдаемыми. Штриховая линия — по формуле (5), сплошная линия — по формуле (6), точки — наблюдаемые значения.

(при уровне значимости $q = 0.001$ критический коэффициент корреляции $\rho = 0.40$), $\eta = 27\%$. Анализ формулы (6) показывает, что наибольший вклад в величину t''_0 вносят члены с T , $\left| \frac{dP}{dt} \right|$ и $\left| \frac{dB}{dt} \right|$.

ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ЗВЕЗДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

а) *Прогнозирование качества звездных изображений по частотному спектру угла турбуленции.*

Частотный спектр какого-либо процесса, как известно, может использоваться для прогнозирования этого процесса. Прогноз будет тем точнее, чем меньше случайная составляющая в исследуемом процессе.

Проанализируем возможность статистического прогнозирования качества звездных изображений по частотному спектру угла турбуленции методом пробного эпгноза. Для прогнозирования берем «усеченный» ряд предикторов, получаемый из исходного ряда отбрасыванием последних 12 точек (предиктантов) и строим спектр укороченного ряда путем последовательного временного съема периодических составляющих T'_k (и частот ω'_k). В табл. 3 приводятся амплитуды c'_k и периодические составляющие T'_k , соответствующие частотам ω'_k . Для сравнения в таблице приводятся также амплитуды c_k и периодические составляющие T_k , вычисленные по полному ряду t''_0 .

ТАБЛИЦА 3

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$c'_k \cdot 10^{-4}$	279	190	221	199	151	112	77	78	83
$c_k \cdot 10^{-4}$	248	229	172	153	117	133	64	82	78
T'_k (мес.)	16.9	42.8	7.8	11.5	5.3	8.9	4.6	6.4	24.1
T_k (мес.)	17.5	54.0	7.4	11.6	5.1	8.5	4.5	6.0	22.7

Совпадение, как видим, вполне удовлетворительное.

По найденным частотам ω'_k вычисляем значения

$$t''_{0 \text{ выч}} = c_0 + \sum_{k=1}^K c'_k \sin(\omega'_k t + \varphi'_k) \quad (7)$$

(здесь c_0 — среднее значение угла турбуленции в «усеченном» ряду, t — время, φ'_k — начальная фаза, $k=1, 2, \dots, K$) и находим величины

$$\sigma(K) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (t''_{0 \text{ выч}} - t''_{0 \text{ набл}})^2}. \quad (8)$$

Прибавление новых периодических составляющих вначале может улучшать прогноз, но потом начинает ухудшать его. Контроль сходимости пробного прогноза к исследуемому процессу осуществляется с помощью формулы (8). Для исследуемому процессу осуществляется с помощью формул (7) и (8), максимум согласия прогнозируемых значений t''_0 с наблюдениями достигается при наборе частот, соответствующем периодическим составляющим в 16.9, 42.8 и 8.9 месяцев. На рис. 6, а показаны вычисленные по формуле (7) значения угла турбуленции. Несмотря на то

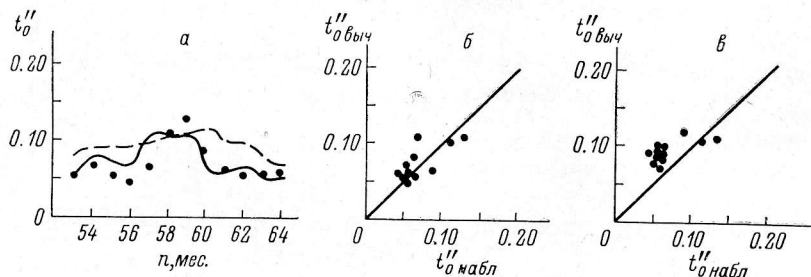


Рис. 6. Пробное прогнозирование угла турбуленции t''_0 .

а — прогнозирование: по частотному спектру угла турбуленции по формуле (7) (штриховая линия), по формуле (6) (сплошная линия); точки — наблюдаемые значения t''_0 ; б и в — сравнение вычисленных и наблюдаемых значений угла турбуленции в случае прогнозирования по формуле (6) и по частотному спектру — по формуле (7) соответственно.

что среднеквадратичное относительное отклонение вычисленных значений угла турбуленции от наблюдаемых довольно значительно ($\eta=58\%$), коэффициент корреляции, как видно из рис. 6, в, существен ($\rho=+0.59$). Таким образом, прогнозирование по формуле (7) позволяет предвычислять лишь общие закономерности изменения t''_0 . Следовательно, формула (7) пригодна для прогнозирования лишь при ориентировочных расчетах, когда важно знать, как будет изменяться значение угла турбуленции.

Следует отметить, что помимо своего прямого назначения прогнозирование по частотному спектру позволяет также оценить устойчивость во времени получаемых периодических составляющих, их физическую реальность.

б) Прогнозирование качества звездных изображений с помощью формулы (6).

Удовлетворительное согласие вычисленных по формуле (6) значений угла турбуленции с наблюдаемыми также дает возможность предвычислять t''_0 . Для анализа возможности прогнозирования по формуле (6) вычисляем параметры t_i и t'_i , но, как и при пробном прогнозировании по частотному спектру угла турбуленции, ряды метеохарактеристик и угла турбуленции берем неполные. С полученными новыми параметрами t_i^* и t'_i^* вычисляем по формуле (6) величины t''_0 на прогнозируемый период.

Как видим (рис. 6, а и б), получается хорошее совпадение наблюдаемых и вычисленных значений угла турбуленции: коэффициент корреляции $\rho=+0.68$ (критический коэффициент корреляции $\rho=0.61$ при уровне значимости $q=0.01$), среднеквадратичное относительное отклонение $\eta=25\%$.

То, что формула (6) одинаково удовлетворительно представляет наш процесс как при полных рядах, так и при их обрывании, позволяет надеяться, что прогнозирование с помощью линейного представления (6) будет обладать достаточной для практических задач оправдываемостью.

В заключение авторы приносят искреннюю благодарность К. А. Кандауровой, Н. П. Годисову и М. С. Чубею за любезное предоставление программ для счета на ЭВМ «Минск-22».

Литература

1. О. Б. Васильев, Н. Ф. Нелюбин, *Астрофиз. исслед.* (Изв. САО), 2, 185, 1970.
2. Э. Уиттекер и Г. Робинсон. Математическая обработка результатов наблюдений. ОНТИ, М.—Л., 1935, стр. 268—296.
3. И. И. Глаголева. Вращение Земли. Сб. статей, Изд. АН УССР, 1968, стр. 231.
4. О. Б. Васильев, К. А. Кандаурова, *Солнечные данные*, № 12, 35, 1969.
5. М. Г. Серебренников и А. А. Первозванский. Выявление скрытых периодичностей. «Наука», М., 1965.
6. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. «Наука», М., 1968.
7. J. W. Tukey. Symposium on application of autocorrelation analysis to physical problems. Woods Hole, Mass., 1947, p. 47.
8. Е. И. Пустыльник. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. «Наука», М., 1968.
9. I. V. Irwin, *European Southern Obs. Bull.*, No. 3, 59, 1968.
10. Н. А. Абраменко и др., *Астр. цирк.*, № 518, 1969.
11. Н. Г. Видуев и Г. С. Кондра. Дисперсионный анализ в теории и практике геодезических измерений. «Недра», М., 1968.

Декабрь 1969 г.