#### УДК 524.7-732

# СЛУЧАЙНО ЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГАММА-ВСПЛЕСКОВ ПО НЕБУ?

© 2010 Л. Г. Балаж<sup>1\*</sup>, Р. Ваврек<sup>2</sup>, А. Межарос<sup>3</sup>, И. Хорват<sup>4</sup>, З. Баголи<sup>5</sup>, П. Верес<sup>4, 5</sup>, Г. Туснади<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Konkoly Observatory, P. O. Box 67, H-1525 Budapest, Hungary <sup>2</sup>ESA/ESAC P.O. Box 50727 Villafranca del Castillo, 28080 Madrid, Spain <sup>3</sup>Astronomical Institute of the Charles University, V Holešovičkách 2, 180 00 Prague 8, Czech Republic <sup>4</sup>Department of Physics, Bolyai Military University, P. O. Box 15, H-1581 Budapest, Hungary <sup>5</sup>Department of Physics of Complex Systems, Eötvös University, P.O. Box 32, H-1518 Budapest, Hungary <sup>6</sup>Rényi Alfréd Mathematical Institute, Reáltanoda u. 13-15, H-1053 Budapest, Hungary Поступила в редакцию 23 декабря 2009 г.; принята в печать 30 марта 2010 г.

Исследована степень случайности распределения гамма-всплесков (GRB) по небесной сфере, обнаруженных в рамках эксперимента BATSE (Burst and Transient Source Experiment). Мы разделили выборку BATSE на 5 подгрупп (short1, short2, intermediate, long1, long2), основываясь на продолжительности и максимальной плотности потоков GRB, и отдельно изучили их угловые распределения. Для поиска признаков неслучайности в выборках использовано три метода — мозаика Вороного, метод минимального связующего дерева и метод мультифрактальных спектров. Для изучения возможных признаков неслучайности в выборках определено 13 тестовых переменных (9 из диаграммы Вороного, 3 из минимального связующего дерева и одна из мультифрактальных спектров). Произведено моделирование методом Монте-Карло с учетом функции экспозиции BATSE. Мы протестировали случайный характер распределения вводя квадраты евклидовых расстояний в пространстве параметров тестовых переменных и пришли к выводу, что подгруппы short1 и short2 значимо отклоняются (99,90%, 99,98%) от полной случайности в распределении квадратов евклидовых расстояний, тогда как для длинных событий этот эффект отсутствует. В промежуточной подгруппе (intermediate) квадрат евклидовых расстояний также дает значимые отклонения (98,51%).

Ключевые слова: гамма-всплески

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Космологическое происхождение гаммавсплесков (GRB) широко принято учеными [1-4]. Таким образом, предпологая широкомасштабную изотропию Вселенной, можно ожидать, что гаммавсплески обладают тем же свойством. Еще одно предсказуемое из изотропии свойство состоит в том, что распределение гамма-всплесков должно быть абсолютно случайным, т.е. наблюдаемая вспышка не дает никакой информации о месте следующей. Если оба свойства выполняются, тогда распределение называется абсолютно случайным (об астрономическом контексте пространственных точечных процессов см. [5]). Существует несколько тестов для проверки случайного характера распределения в совокупности точек, однако, эти процедуры не всегда дают информацию по обоим свойствам одновременно.

Существует все больше свидетельств в пользу того, что гамма-всплески не представляют собой физически однородную группу [6-13]. Следовательно, необходимо понять, действительно ли физически различные подгруппы также обладают и различным угловым распределением. Авторы провели несколько различных исследований в последние годы ([14-17]) для проверки собственной изотропии углового распределения по небу гаммавсплесков, собранных в Каталог ВАТЅЕ ([18]). По итогам этих исследований можно сделать вывод о том что: а) подгруппа длинных событий ( $T_{90} > 10 \ s$ ) видимо распределена изотропно; b) промежуточная подгруппа (2 сек  $\leq T_{90} \leq 10$  сек) распределяется анизотропно на  $\simeq (96 - 97)\%$  уровне значимости; с) для подгруппы коротких событий (T<sub>90</sub> < 2сек) предположение об изотропии отвергается только на уровне значимости 92%; d) длинные и короткие подклассы, соответственно, распределяются по-

<sup>\*</sup>E-mail: balazs@konkoly.hu

разному на уровне значимости 99.3%. (Об определении подклассов см. [7].)

Наши собственные исследования и другие работы [19] подтвердили выводы а, b и с с одним существенным различием: для промежуточного подкласса заявлен гораздо более высокий уровень значимости анизотропии: 99.89%. "Короткая" подгруппа (short) найдена "подозрительной", однако достигнут лишь уровень значимости  $\simeq (85 - 95)\%$ . "Длинный" подкласс, видимо, распределен изотропно (однако см. [20]). Малиочетти и др. [21] обнаружили значительную угловую корреляцию на угловом размере 2° – 5° для гамма-всплесков с длительностью  $T_{90} < 2$  сек. Танвир и др. [22] сообщили о корреляции между положениями ранее наблюдавшихся коротких всплесков и положениями галактик в локальной Вселенной, что говорит о том, что около 10-25% коротких гамма-всплесков происходит на малых красных смещениях (z < 0.025).

Продолжение данных исследований с использованием более сложных процедур является вполне обоснованной задачей для понимания того, является ли распределение гамма-всплесков по небесной сфере совершенно случайным или существует какая-то закономерность их распределения. Это и является предметом данной статьи. Мы приводим здесь результаты новых исследований. Их основной целью было уточнение поведения "короткой" подгруппы. В данной работе, так же в предыдущих исследованиях, проверяется собственный случайный характер распределения; это означает, что неоднородная функция экспозиции инструментов BATSE устранена.

Работа организована следующим образом. В Разделе 2 описаны 3 новых теста. Этот раздел не содержит новых результатов, но — так как эти методы не получили широкого распространения — этот минимальный обзор может оказаться полезным. В разделе 3 описывается статистический анализ данных. Раздел 4 обобщает их результаты, а в Разделе 5 представляются основные выводы данной статьи. Эта работа представляет собой сокращенную версию опубликованной ранее статьи [23]; некоторые предварительные космологические заключения также рассматриваются в [24].

# 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

# 2.1. Мозаика Вороного

Диаграмма, или мозаика Вороного, также известная как мозаика Дирихле или полигоны Тиссена, является одной из основных структур вычислительной геометрии и естественно появляется в различных приложениях ([25, 26]). В общем эта диаграмма представляет разбиение совокупности точек (точечного поля, или точечного процесса) в соответствии с его пространственной структурой. Такое разбиение может быть использовано для анализа лежащего в основе точечного процесса.

Предположим, что существует N точек ( $N \gg 1$ ), распределенных по сферической поверхности единичного радиуса, т.е. на сфере дано точечное поле. Элемент Вороного для точки [26] это область поверхности сферы, состоящая из точек, более близких к данной точке, чем к любой другой точке поверхности. Данный элемент (ячейка) образует многоугольник на этой сфере. Каждая такая ячейка имеет свою площадь (А), измеренную в стерадианах, периметр (Р), заданный длиной границы (1 большой круг пограничной кривой также называется хордой), число вершин  $(N_v)$  выраженное целым положительным числом, а также внутренние углы ( $\alpha_i$ ;  $i = 1, ..., N_v$ ). Этот метод полностью непараметрический и, следовательно, может быть чувствительным к различным структурам точечных рисунков в различных подклассах гаммавсплесков.

Обратим внимание на то, что свойства мозаичного метода на поверхности сферы существенно отличается от его свойств на бесконечной плоскости. Это вытекает из того, что площади многоугольников не будут независимы друг от друга, так как общая поверхность сферы составляет  $4\pi$ стерадиан. Таким образом, на сферическую мозаику Вороного не влияют пограничные эффекты, и диаграмма Вороного становится замкнутым множеством выпуклых многоугольников.

Точки на сфере могут быть распределены совершенно случайно или не случайно; неслучайное, или закономерное распределение может обладать различными свойствами (кластеризация, филаменты и т.д.; для исследования таких неслучайных поведений см., например, [27]).

Случайные, также как и некоторые закономерные точечные рисунки обладают распределением с одним характерным максимумом (одномодальное), но с разными дисперсиями. Многомодальность означает различные характерные максимумы, которые говорят об иерархической (кластерной) структуре, число мод определяется количеством масштабов в образце. Метод мозаики Вороного дает возможность не только обнаруживать закономерности, но также и описывать их форму (астрономический контекст см. в [26], и [28–37]).

#### 2.2. Минимальное связующее дерево (МСД)

В отличие от мозаики Вороного, этот метод рассматривает расстояния (ребра) между точками (вершинами). Очевидно, что существует N(N-1)/2 расстояний между N точками. Связующее дерево представляет собой систему линий,



**Рис. 1.** Применение мозаики Вороного для коротких GRB (подвыборка *short*1) в Галактических координатах (макси-мальный поток 0.65 <  $P_{256}$  < 2.00 (фотон/(см<sup>2</sup>сек))).



Рис. 2. МСД для выборки, показанной на Рис.1.

соединяющих все точки без петель. Минимальное связующее дерево (МСД) представляет собой систему соединительных линий, в котором сумма длин является минимальной среди всех возможных соединений точек [38, 39]. В данной статье мы используем сферический вариант МСД следуя оригинальной статье Прима. бер) определяют минимальное связующее дерево. Статистика длин и  $\alpha_{MST}$  углов между ребрами в вершинах может быть использована для проверки случайности точечной картины. МСД широко используются в космологии для изучения статистических свойств выборок галактик (см. [40–45]).

N-1 отдельных соединительных линий (ре-

#### 2.3. Мультифрактальные спектры (МС)

Обозначим через  $P(\varepsilon)$  вероятность нахождения точки в области радиуса  $\varepsilon$ . Если  $P(\varepsilon)$  представляется как  $\varepsilon^{\alpha}$  (т.е.  $P(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\alpha}$ ), тогда  $\alpha$  называется локальной фрактальной размерностью (например,  $\alpha = 2$  для совершенно случайного процесса на плоскости). В случае монофракталов  $\alpha$  не зависит от положения. Мультифрактал (MFR) в точечном процессе может быть определен как объединение подмножеств различных (фрактальных) размерностей [46]. Обычно  $f(\alpha)$  обозначает фрактальную размерность подмножества точек, в которых локальная фрактальная размерность лежит в интервале  $\alpha, \alpha + d\alpha$ . Вклад этих подмножеств в полную картину не обязательно имеет одинаковый вес, практически он зависит от относительного содержания подмножеств. Функциональная взаимосвязь  $f(\alpha)$  между фрактальной размерностью подмножеств и соответствующей локальной фрактальной размерностью называется мультифракталом (MFR) или спектром Хаусдорфа.

В окрестности *i*-ой точки (i = 1, 2, ..., N) можно измерить локальную размерность  $\alpha_i$  (размерность Реньи) по структуре окрестностей. Эта мера аппроксимирует размерность вложенного подмножества, давая возможность построить мультифрактальный спектр, который характеризует всю картину (подробнее см. [46]). Если максимум этого выпуклого спектра равен евклидовой размерности пространства, то в классическом смысле рисунок *не является фракталом*, но спектр остается чувствительным к закономерности множества точек.

Концепция мультифракталов может быть успешно применена для решения астрономических проблем, см., например, [47–64].

# 3. ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Три процедуры, описанные в Разделе 2, позволяют получить несколько стохастических величин, которые позволяют проверить закономерности в базовых наборах точек.

#### 3.1. Исходные данные и определение подвыборок

До настоящего времени наиболее всеобъемлющий обзор гамма-всплесков по всему небу был сделан в рамках эксперимента BATSE (Burst and Transient Source Experiment) на борту спутника CGRO в период с 1991 по 2000 г.г. За это время было зарегистрировано 2704 хорошо подтвержденных гамма-событий, данные доступны в текущем каталоге BATSE [18].

Поскольку существует все больше свидетельств ([13] и ссылки в этой статье) в пользу того, что

популяция GRB фактически является группой разнородных астрофизических явлений, мы разделили GRB на 3 группы: короткие —  $(T_{90} < 2 \text{ сек})$ , средней продолжительности (промежуточные) —  $(2 \text{ сек} \leq T_{90} \leq 10 \text{ сек})$ , и длинные —  $(T_{90} > 10 \text{ сек})$ . Во избежание проблем, связанных с переменным порогом чувствительности, мы исключили гамма-всплески с максимальными потоками<sup>1</sup>  $P_{256} \le 0.65 \ {
m фотонов \ cm^{-2} \ cek^{-1}}$ . Такой шаг был предложен Пэндлтоном и др. [65]. Всплески могут возникнуть на самых разных расстояниях по лучу зрения и может случиться так, что стохастическая структура углового распределения будет зависеть от этого. Поэтому, мы отдельно протестировали гамма-всплески с  $P_{256} < 2$  фотонов см<sup>-2</sup> сек<sup>-1</sup> в коротки и длинной популяциях. Таблица 1 дает определения 5 подвыборок которые мы исследуем.

#### 3.2. Определение тестируемых переменных

Степень случайности распределения точек на сфере может быть проверена с помощью разных критериев. Так как различные неслучайные поведения чувствительны к различным типам критериев неслучайности, то не обязательно чтобы все возможные проверки с использованием различных методов отвергали предположение о случайности. Далее мы определим несколько тестируемых переменных, которые чувствительны к различным стохастическим свойствам базового набора точек, как предлагается в [66].

Мозаика Вороного. Любая из четырех величин, характеризующих ячейку Вороного, т.е. её площадь, периметр, число вершин, и внутренние углы могут быть использованы в качестве тестпеременных или даже некоторых их комбинаций. Мы определили следующие тест-переменные:

- площадь ячейки А;
- вершина ячейки (ребро) N<sub>v</sub>;
- хорды ячейки *C*;
- внутренний угол  $\alpha_i$ ;
- среднее раунд-фактора (RF)  $RF_{av} = \overline{4\pi A/P}$ ;
- однородность раунд-фактора  $1 \frac{\sigma(RF_{av})}{RF_{av}};$
- коэффициент формы A/P<sup>2</sup>;
- модальный коэффициент  $\sigma(\alpha_i)/N_v$ ;

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Максимальный поток *P*(256) это самый яркий бин в кривой блеска GRB с временным разрешением 256 мс.



**Рис. 3.** Мультифрактальные спектры смоделированной выборки (штрих-пунктир), и выборок *long*1 (штриховая линия), *short*1 (точки) и *short*2 (3 точки-пунктир) подвыборок. Прямоугольники представляют ошибку спектральных точек, полученныех моделированием методом Монте-Карло. Обратите внимание на сдвиг максимума спектра подвыборки *short*1 в сторону более высоких значений по сравнению с  $\alpha = 2$ , соответствующему совершенно случайному двумерному евклидову случаю.

Таблица 1. Исследуемые подвыборки гамма-всплесков из каталога BATSE

Выборка	Продолжительность,	Максимальный поток,	Количество	
	сек	фотонов см $^{-2}$ сек $^{-1}$	GRB	
Short1	$T_{90} < 2$ сек	$0.65 < P_{256} < 2$	261	
Short2	$T_{90} < 2$ сек	$0.65 < P_{256}$	406	
Intermediate	$2 \mathrm{cek} \leqq T_{90} \leqq 10 \mathrm{cek}$	$0.65 < P_{256}$	253	
Long1	$T_{90}>2{ m cek}$	$0.65 < P_{256} < 2$	676	
Long2	$T_{90} > 10$ сек	$0.65 < P_{256}$	966	

• так называемый "AD коэффициент", определяемый как  $AD = 1 - (1 - \sigma(A)/\langle A \rangle)^{-1}$ , где  $\sigma(A)$  — дисперсия и  $\langle A \rangle$  — среднее A.

<u>Минимальное связующее дерево.</u> Чтобы охарактеризовать стохастические свойства множества точек, мы используем три параметра, полученные с помощью метода минимального связующего дерева:

- дисперсия длины ребер МСД  $\sigma(L_{MST})$ ;
- средняя длина ребер МСД  $L_{MST}$ ;
- средний угол между ребрами  $\alpha_{MST}$ .

Мультифрактальный спектр. Единственная переменная, которую мы используем здесь, это мультифрактальный спектр  $f(\alpha)$ , который является чувствительным инструментом для тестирования неслучайности распределения точек.

Важной проблемой является исследование чувствительности (способности распознавать) различных параметров к разным видам закономерностей, присущим набору точек. В случае полностью упорядоченной сетки, например, A является константой, и, следовательно, AD = 0,  $\sigma(\alpha_i) = 0$ , и оба они увеличиваются в направлении полностью случайного распределения. В случае пятнистого рисунка распределения площади ячеек Вороного и распределение ребер МСД становятся бимодальными и отражают среднюю площадь и длину ребер внутри и между кластерами по сравнению с полностью случайныи случаем. При нитевидном распределении форма областей становится очень искаженной, что отражается в увеличении модального коэффициента по сравнению со случаем пятнистого рисунка.

Уоллет и Дассерт [67] исследовали возможности методов мозаики Вороного и минимального связующего дерева в распознавании распределений с большими и малыми кластерами, абсолютно случайных и с жестким ядром (случайные распределения, но взаимные расстояния точек ограничены размерами жесткого ядра), соответственно. Они пришли к выводу, что коэффициент сферичности (раунд-фактор) Вороного не различает отдельные малые кластеры и распределения с жестким ядром, и что однородность коэффициента сферичности не делает различий ни между малыми кластерами и случайными распределениями, ни между случайными распределениями и распределениями с жестким ядром. МСД способен хорошо распознавать даже в случае распределений с жестким ядром при минимальных расстояниях между точками.

Поскольку чувствительность различных переменных к изменениям свойств закономерности базового набора точек различна, в одном из параметров мы можем обнаружить значительные изменения, а в другом они могут быть незаметны, даже в том случае, когда они коррелируют иначе. Это нетривиальная задача. В большинстве случаев необходимо расширенное числовое моделирование для изучения статистической значимости различных параметров.

#### 3.3. Оценка значимости

Для получения эмпирических распределений тест-переменных мы провели по 200 моделирований для каждой из наших 5 подвыборок. Число моделируемых точек было одинаково с числом точек в подвыборках, описанных в Разделе 3.1.

С помощью метода Монте-Карло (МС), мы сгенерировали полностью случайные каталоги моделирующие случайные положения на небе гамма-всплесков с учетом функции экспозиции BATSE ([68], [18]).

Предпологая, что наборы точек, полученные по 5 подвыборкам, описанным в Таблице 1, в полной мере случайны, мы рассчитали вероятности для всех 13 тест-переменных, отобранных в Разделе 3.2. На основании модельных распределений мы вычислили уровень значимости для всех 13 тест-переменных во всех подвыборках.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

# 4.1. Оценка объединенных уровней значимости

Мы присвоили каждой подвыборке, смоделированной при помощи метода Монте-Карло, 13 значений тест-переменных и, следовательно, точку в 13-размерном пространстве параметров. Реализуя по 200 моделирований в каждой из подвыборок, мы получаем 13-размерную выборку, представляющую собой совместное распределение вероятностей 13 тест-переменных. С помощью соответствующей отобранной меры расстояния точек от среднего по выборке, мы можем получить стохастическую переменную, характеризующую случайную вероятность отклонения моделируемых точек от среднего значения. Квадрат евклидова расстояния будет здесь очевидным выбором.

В случае распределения Гаусса с единичными дисперсиями и без корреляций, это приведет к  $\chi^2$  распределению с 13 степенями свободы. Тест-переменные в нашем случае коррелированы и обладают различными масштабами. Перед вычислением квадратов евклидовых расстояний мы превратили тест-переменные в некоррелированные с единичными дисперсиями. Из-за сильной корреляции между некоторыми из тест-переменных, мы можем предположить, что наблюдаемые величины могут быть представлены меньшим числом некоррелированных переменных. Факторный анализ (ФА) является подходящим способом представления наблюдаемых коррелированных величин некоррелированными переменными меньшего количества.

Так как наши тест-переменные стохастически зависимы, следуя [66] мы попытались представить их меньшим количеством некоррелированных скрытых переменных, предполагая, что

$$X_i = \sum_{j=1}^k a_{ij} f_j + s_i, \ i = 1, \dots, p; \ k$$

где  $X_i, f_j, s_i$  представляют собой тест-переменные (в нашем случае p = 13), скрытые переменные и шумовую составляющую, соответственно. Уравнение (1) представляет собой базовую модель ФА. После внесения некоторых разумных предположений ([69]), k может быть ограничено следующим неравенством:

$$k \le (2p+1 - \sqrt{8p+1})/2, \tag{2}$$

что дает  $k \le 8.377$  в нашем случае.

Факторный анализ является общим компонентом профессионального статистического програмного обеспечения (BMDP, SAS, S-plus,



**Рис. 4.** Распределение квадратов евклидовых расстояний в моделированных подвыборках по стохастическому среднему  $f_i$  скрытых переменных (факторов) в 8-размерном пространстве параметров. Всего смоделированных точек 1000. Сплошная линия демонстрирует распределение  $\chi^2$  с 8 степенями свободы, нормированное к размеру выборки. Расстояния подвыборок BATSE обозначены. Отклонения подвыборок *short1* и *short2* превышают все отклонения модельных точек. Вероятность того, что эти отклонения не являются случайными составляет 99,9% и 99,98%, соответственно.

SPSS<sup>2</sup>, и т.д.). Решением по умолчанию для определения факторной модели является выполнение анализа главных компонент (PCA). Мы сохранили те коэффициенты, которые были значимы для уравнения (2). С учетом ограничения, введенного уравнением (2), мы сохранили 8 коэффициентов. Таким образом, мы спроэцировали распределения комбинированных тестпеременных в 13-размерном пространстве параметров в 8-размерное пространство параметров,

определяемое некоррелированными скрытыми переменными  $f_i$ .

Скрытые переменные  $f_j$  в уравнении (1) некоррелированы, имеют нулевые средние значения и единичные стандартные отклонения. Используя эти переменные, мы определили следующие квадраты евклидовых расстояний по среднему подвыборки:

$$d^{2} = f_{1}^{2} + f_{2}^{2} + \ldots + f_{k}^{2}, \qquad (3)$$

в нашем случае k=8. Если бы переменные  $f_j$  имели строго гауссовы распределения, уравнение

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>BMDP, SAS, S-plus, SPSS являются зарегистрированными товарными знаками.

Название	Переменная	short1	short2	interm.	long1	long2
Площадь области	A	36.82	29.85	94.53	79.60	82.59
Вершина области (ребро)	$N_v$	36.82	87.06	2.99	26.87	7.96
Хорды области	C	47.26	52.24	18.91	84.58	54.23
Внутренний угол	$lpha_i$	96.52	21.39	87.56	37.81	63.18
Средний RF	$\overline{4\pi A/P}$	65.17	99.98	33.83	10.95	86.07
Однородность RF	$1 - \frac{\sigma(RF_{av})}{RF_{av}}$	19.90	24.38	58.71	55.72	32.84
Коэффициент формы	$A/P^2$	91.04	94.03	90.05	55.22	63.68
Модальный коэффициент	$\sigma(\alpha_i)/N_v$	97.51	1.99	7.46	56.22	8.96
AD коэффициент	$1 - \left(1 - \frac{\sigma(A)}{\langle A \rangle}\right)^{-1}$	32.84	25.37	11.44	95.52	52.74
Дисперсия МСД	$\sigma(L_{MST})$	52.74	38.31	22.39	13.93	59.70
Среднее МСД	$L_{MST}$	97.51	7.46	89.05	56.72	8.96
Угол МСД	$\alpha_{MST}$	85.07	14.43	36.82	73.63	60.70
Спектра МСД	$f(\alpha)$	95.52	96.02	98.01	73.63	36.32
Квадрат евклидовых расстояний		99.90	99.98	98.51	93.03	36.81

**Таблица 2.** Рассчитанные уровни значимости для 13 тест-переменных и пяти подвыборок. Вычисленный уровень значимости выше 95% выделен жирным шрифтом

(3) определило бы  $\chi^2$  переменную с k степенями свободы.

#### 4.2. Интерпретация статистических результатов

Используя распределение квадратов евклидовых расстояний, определённое уравнением (3), можно получить дополнительную информацию о том, отклоняется ли выборка BATSE, представленная точкой в пространстве параметров тестпеременных, лишь случайно, или она значимо отличается от полностью случайного распределения.

Для всех наших категорий, short1, short2, intermediate, long1, long2 мы провели по 200, а в общей сложности 1000 моделирований. Мы рассчитали  $d^2$  квадратных расстояний для всех моделей и сопоставили их с подвыборками BATSE из Таблицы 1. Рисунок 4 показывает гистограмму смоделированных квадратов расстояний и квадратов расстояний подвыборок BATSE. Сплошная линия представляет собой распределение  $\chi^2$  с k = 8 степенями свободы. На Рис. 4 ясно видно, что отклонения подвыборок short1 и short2 превосходят все отклонения моделированных точек. Вероятность того, что эти отклонения не являются случайными составляет 99,9% и 99,98%, соответственно.

Полная случайность углового распределения длинных GRB в отличие от закономерности распределения коротких и, до некоторой степени, промежуточных гамма-всплесков свидетельствует о различиях в угловом распределении их прародителей. Недавнее открытие послесвечений у нескольких коротких гамма-всплесков указывает на то, что эти события связаны со старым звездным населением [2] и, вероятно, возникают в результате слияния компактных двойных звезд, в отличие от длительных всплесков, которые являются результатом коллапса очень массивных звездных объектов в молодых областях звездообразования. Особенности звезд-прародителей влияют на различия в энергии, высвобождаемой при коротких и длительных гамма-всплесках.

К сожалению, мало что можно сказать о физической природе промежуточного класса гаммавсплесков. Статистические исследования ([13] и ссылки в данной статье) свидетельствуют о существовании этой подгруппы — по крайней мере, с чисто статистической точки зрения. Неслучайное распределение по небу также встречается в этом классе событий. Однако вопрос об их физической природе до сих пор остается открытым [13].

# 5. РЕЗЮМЕ И ВЫВОДЫ

Мы провели дополнительные исследования о степени случайности углового распределения

подвыборок гамма-всплесков, отобранных из каталога BATSE. Мы определили пять групп гамма-всплесков по продолжительности  $T_{90}$  и максимальному потоку  $P_{256}$ : короткие short1 ( $T_{90} < 2 \text{ сек и } 0.65 < P_{256} < 2$ ), short2 ( $T_{90} < 2 \text{ сек } u 0.65 < P_{256} < 2$ ), short2 ( $T_{90} < 2 \text{ сек } u 0.65 < P_{256}$ ); промежуточные intermediate ( $2 \text{ сек} \leq T_{90} \leq 10 \text{ сек } u 0.65 < P_{256}$ ); длинные long1 ( $T_{90} > 2 \text{ сек } u 0.65 < P_{256}$ ). и long2 ( $T_{90} > 10 \text{ сек } u 0.65 < P_{256}$ ).

Чтобы охарактеризовать статистические свойства точечных рисунков, представленных подгруппами, мы определили 13 тест-переменных, основываясь на техниках мозаики Вороного, минимального связующего дерева и метода мультифрактальных спектров. Для каждой из 5 выборок гаммавсплесков, мы произвели 200 численных моделирований, предполагая полностью случайное угловое распределение и с учетом функции экспозиции BATSE. Численное моделирование позволило определить эмпирические вероятности для проверки нулевой гипотезы, т. е. предположения, что угловое распределение всплесков из подвыборок BATSE является полностью случайным.

Так как мы одновременно проводили 13 отдельных испытаний каждой подвыборки, значимость, полученная путем вычисления отдельно для каждого испытания не может рассматриваться как истинное доказательство отклонения от полностью случайного распределения. Фактически, некоторые из тест-переменных сильно коррелированы. Для того, чтобы сосредоточить данные о неслучайности, которой подвергаются тест-переменные, мы предположили, что они могут быть представлены в виде линейных комбинаций некоррелированных скрытых факторов меньшего количества. По сути, мы оценили k = 8 как число скрытых факторов. Используя скрытые факторы, мы вычислили распределение квадратов евклидоваых расстояний от среднего модельных переменных. Сравнивая распределение квадратов евклидовых расстояний моделируемых подвыборок с подвыборками BATSE, мы пришли к выводу, что группы short1, short2 существенно отклоняются (99.90%, 99.98%) от полной случайности распределения, но это не так в случае длинных подвыборок long. В промежуточной группе, квадраты евклидовых расстояний также дают значительное отклонение (98.51%).

# БЛАГОДАРНОСТИ

Данное исследование было поддержано грантами ОТКА (№ Т048870 and К077795), стипендией Болиай (И.Х.), исследовательской программой MSM0021620860 Министерства образования Чешской Республики, а также грантом GAUK № 46307 (А.М.).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. B. Zhang and P. Mészáros, IJMPA 19, 2385 (2004).
- 2. D.B. Fox, D.A. Frail, P.A. Price et al., Nature **437**, 845 (2005).
- 3. P. Mészáros, Rep. Prog. Phys. 69, 2259 (2006).
- 4. M. Briggs, Astrophys. J. 407, 126 (1993).
- L. Pásztor and L.V. Tóth, ADASS IV, ASP Conf. Ser. 77, 319 (1995).
- 6. C. Kouveliotou et al., Astrophys. J. 413, L101 (1993).
- 7. I. Horváth, Astrophys. J. 508, 757 (1998).
- 8. S. Mukherjee et al., Astrophys. J. 508, 314 (1998).
- 9. J. Hakkila et al., Astrophys. J. 538, 165 (2000).
- 10. I. Horváth, Astronom. and Astrophys. **392**, 791 (2002).
- 11. L.G. Balázs, Bagoly Z., I. Horváth et al., Astronom. and Astrophys. **401**, 129 (2003).
- 12. J. Hakkila et al., Astrophys. J. 582, 320 (2003).
- I. Horváth, L.G. Balázs, Z. Bagoly et al., Astronom. and Astrophys. 447, 23 (2006).
- 14. L.G. Balázs, A. Mészáros, and I. Horváth, Astronom. and Astrophys. **339**, 1 (1998).
- L.G. Balázs, A. Mészáros, I. Horváth and R. Vavrek, Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser. 138, 417 (1999).
- A. Mészáros, Z. Bagoly and R. Vavrek, Astronom. and Astrophys. 354, 1 (2000).
- A. Mészáros, Z. Bagoly, I. Horváth et al., Astrophys. J. 539, 98 (2000).
- C.A. Meegan et al., BATSE Gamma-Ray Burst Catalog, http://gammaray.msfc.nasa.gov /batse/grb/catalog(2000).
- V.F. Litvin, S.A. Matveev, S.V. Mamedov and V.V. Orlov, Publ. Astronom. Soc. Japan 27, 489 (2001).
- A. Mészáros, J. Štoček, Astronom. and Astrophys. 403, 443 (2003).
- M. Magliocchetti, G. Ghirlanda and A. Celotti, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc., 343, 255 (2003).
- 22. N.R. Tanvir, R. Chapman, A.J. Levan and R.S. Priddey, Nature **438**, 991 (2005).
- 23. R. Vavrek et al, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **391**, 1741 (2008).
- 24. A. Mészáros, L.G. Balázs, Z. Bagoly and P. Veres, AIP Conf. Proc. **1133**, 483 (2009).
- 25. G. Voronoi, J. Reine Angew. Math. 134, 198 (1908).
- D. Stoyan and H. Stoyan, Fractals, Random Shapes and Point Fields (Wiley J. & Sons, New York, 1994).
- 27. P.J. Diggle, *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns* (Academic Press, London, 1983).
- 28. P. Coles and J.D. Barrow, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. 244, 557 (1990).
- 29. P. Coles, Nature 349, 288 (1991).
- 30. V. Icke and R. van de Weygaert, QJRAS **32**, 85 (1991).
- 31. S. Ikeuchi and E.L. Turner, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **250**, 519 (1991).
- 32. M.U. Subba Rao and A.S. Szalay, Astrophys. J. **391**, 483 (1992).
- 33. R. van de Weygaert, Astronom. and Astrophys. **283**, 361 (1994).

- 34. L. Zaninetti , Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser. **109**, 71 (1995).
- H. Yahagi, M. Mori and Y. Yoshii, Astrophys. J. Suppl. **124**, 1 (1999).
- 36. M. Ramella, W. Boschin, D. Fadda and M. Nonino, Astronom. and Astrophys. **368**, 776 (2001).
- A.G. Doroshkevich, S. Gottlöber, and S. Madsen, Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser. 123, 495 (1997).
- 38. J.B. Kruskal, Proc. Am. Math. Soc. 7, 48 (1956).
- 39. R.C. Prim, Bell Syst. Techn. Journ. 36, 1389 (1957).
- 40. J.D. Barrow, S.P. Bhavsar and D.H. Sonoda, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **216**, 17 (1985).
- 41. S.P. Bhavsar and D.A. Lauer in *Proc. IAU Symp. 168, Examining the big bang and diffuse background radiations*, Ed. by M.C. Kafatos and Y. Kondo (Kluwer, Dordrecht, 1996), 517.
- 42. L.G. Krzewina and W.C. Saslaw, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **278**, 869 (1996).
- 43. S.P. Bhavsar and R.J. Splinter, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **282**, 1461 (1996).
- 44. C. Adami and A. Mazure, Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser. **134**, 393 (1999).
- A.G. Doroshkevich and V. Turchaninov, in *Mining* the Sky Ed. by A.J. Banday, S. Zaroubi, M. Bartelmann, (Proc. MPA/ESO/MPE Workshop, Springer-Verlag, 2001), 283.
- 46. G. Paladin and A. Vulpiani, Physics Reports **156**, 1 (1987).
- 47. E. Giraud, Astrophys. J. 544, L41 (2000).
- 48. J.A. Irwin, L.M. Widrow and J. English, Astrophys. J. **529**, 77 (2000).
- 49. T. Kawaguchi, S. Mineshige, M. Machida et al., Publ. Astronom. Soc. Japan **52**, L1 (2000).
- 50. J. Pan and P. Coles, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **318**, 151 (2000).

- 51. F.J. Selman and J. Melnick, Astrophys. J. **534**, 703 (2000).
- 52. M. Bottorff and G. Ferland, Astrophys. J. **549**, 118 (2001).
- 53. M.N. Célérier and R. Thieberger, Astronom. and Astrophys. **367**, 449 (2001).
- 54. D. Chappell and J. Scalo, Astrophys. J. **551**, 71 (2001).
- 55. T. Tatekawa and K. Maeda, Astrophys. J. **547**, 531 (2001).
- 56. R. Vavrek, L.G. Balázs and N. Epchtein, ASP Conf. Ser. **243**, 149 (2001).
- 57. M.J. Aschwanden and C.E. Parnell, Astrophys. J. **572**, 1048 (2002).
- 58. E. Casuso and J. Beckman, Publ. Astronom. Soc. Japan 54, 405 (2002).
- 59. B.G. Elmegreen, Astrophys. J. 564, 773 (2002).
- 60. J. Gaite and S.C. Manrubia, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **335**, 977 (2002).
- 61. J. Pan and P. Coles, Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **330**, 719 (2002).
- 62. B. Semelin and F. Combes, Astronom. and Astrophys. **387**, 98 (2002).
- 63. S. Datta, Astronom. and Astrophys. 401, 193 (2003).
- 64. A.V. Tikhonov, Astrophysics **45**, 79 (2002).
- 65. C.N. Pendleton, W.S. Paciesas, M.S. Briggs, et al., Astrophys. J. **489**, 175 (1997).
- 66. F. Wallet and C. Dussert, Europhys. Let. **42**, 493 (1998).
- 67. F. Wallet and C. Dussert, J. Theor. Biol. **187**, 437 (1997).
- 68. G.J. Fishman, C.A. Meegan, R.B. Wilson et al., Astrophys. J. Suppl. **92**, 229 (1994).
- 69. M.G. Kendall and A. Stuart, *The Advanced Theory* of *Statistics* (Charles Griffin and Co. Ltd., London and High Wycombe, 1973).

# IS THE SKY DISTRIBUTION OF GAMMA-RAY BURSTS RANDOM?

# L.G. Balázs, R. Vavrek, A. Mészáros, I. Horváth, Z. Bagoly, P. Veres, G. Tusnády

We investigate the full randomness of the angular distribution of gamma-ray bursts (GRBs) detected by the BATSE (the Burst and Transient Source Experiment). We divided the BATSE sample into 5 subsamples (*short1, short2, intermediate, long1, long2* based on their durations and peak fluxes and studied the angular distributions separately. We used three methods, the Voronoi tesselation, minimal spanning tree and multifractal spectra to search for non-randomness in the subsamples. To investigate the eventual non-randomness in the subsamples we defined 13 test-variables (9 from the Voronoi tesselation, 3 from the minimal spanning tree and one from the multifractal spectrum). We performed Monte Carlo simulations taking into account the BATSE sky-exposure function. We tested the randomness by introducing squared Euclidean distances in the parameter space of the test-variables. We concluded that the *short1, short2* groups deviate significantly (99.90%, 99.98%) from the full randomness in the distribution of the squared Euclidean distances, however, it is not the case with the *long* subsamples. In the *intermediate* group, the squared Euclidean distances also yield a significant deviation (98.51%).

Key words: Stars: gamma-ray burst: general