

УДК 524.726-33

ОБ ОЦЕНКЕ УГЛА ЗАКРУТКИ СПИРАЛЬНЫХ ВЕТВЕЙ ГАЛАКТИК

© 2012 С. С. Савченко*

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, 198504 Россия

Поступила в редакцию 19 марта 2012 года; принята в печать 4 мая 2012 года

Форма ветвей спиральных галактик обычно описывается логарифмическими спиралями с постоянным углом закрутки, однако, некоторые галактики показывают изменение его величины вдоль спиральных рукавов. Предлагается метод определения величины угла закрутки рукавов спиральных галактик, основанный на оконном Фурье-анализе их изображений. Метод позволяет не только определить среднее значение угла закрутки, но и получить его величину как функцию расстояния от галактического центра. Метод реализован в виде программ, доступных для свободного использования.

Ключевые слова: галактики: спиральные—галактики: структура

1. ВВЕДЕНИЕ

Угол закрутки спиральной галактики определяется как угол между касательными к спиральному рукаву и к окружности с центром в ядре галактики, проведенной через данную точку. Величина угла закрутки характеризует степень закрученности спиральных рукавов: галактики с туго закрученными спиральными рукавами имеют малый угол закрутки, галактики же с раскрытыми ветвями — большой. Если представить ветвь галактики в виде логарифмической спирали в полярных координатах,

$$r = r_0 e^{\lambda(\phi - \phi_0)},$$

то угол закрутки будет равен:

$$\mu = \arctan \lambda.$$

Существует несколько способов измерения угла закрутки. Всех их, однако, объединяет необходимость определения ориентации галактических дисков в пространстве, описываемой углом наклона плоскости диска к картинной плоскости и позиционным углом большой оси. Так, Кенникатт [1] депроецировал изображения галактик, используя некоторые начальные оценки значений наклона и позиционного угла, а затем, вводя малые поправки к ним, старался минимизировать синусоидальные колебания в соотношении $\phi - \ln(r)$ для спиральных рукавов, полученном “на глаз” по увеличенным изображениям галактик, с целью уточнения ориентации. После этого по наклону зависимости $\phi - \ln(r)$ определялся угол закрутки.

Похожий подход был применен Ма [2]. В этой работе предлагается вручную выбрать несколько

точек, расположенных вдоль рукава галактики, а затем итеративно определить параметры ориентации галактики, при которых данный набор точек лучше всего аппроксимируется логарифмической спиралью. Величина угла закрутки вычисляется из параметров логарифмической спирали. Начальное значение угла наклона галактики определялось по форме её изофот. В отличие от первого, этот метод обладает некоторой субъективностью, так как точки, лежащие на центральной линии спиральных рукавов, определяются на глаз и расставляются вручную.

Альтернативный подход был предложен Калнайсом [3] и разработан Консидере и Атанассоула [4, 5]. В его основе лежит Фурье-анализ изображения галактики. Если представить спиральные ветви в виде набора точек в лог-полярной системе координат, то по расположению пика на Фурье-образе этого набора можно найти величину угла закрутки. В качестве точек, расположенных на спиральных рукавах, брались координаты областей Н II. Для определения ориентации галактики в работе Консидере и Атанассоула [5] также предлагается вводить малые поправки к начальным значениям угла наклона и позиционного угла, а критерием, определяющим выбор их оптимальных значений, является величина соотношения сигнал/шум в Фурье-образе.

Все три метода имеют существенный недостаток, связанный с тем, что и ориентация галактики, и параметры ее спиральных рукавов получаются как результат работы единой процедуры подгонки. Тем самым, ошибки в определении ориентации могут маскировать искажения формы спиральных рукавов, равно как и отклонения формы ветвей галактики от модельной (например, логарифмической спи-

*E-mail: savchenko.s.s@gmail.com

рали), и привести к неправильному определению её наклона. Особенно сильно это может сказываться для галактик с не очень длинными спиральными рукавами. Кроме того, данные методы не позволяют определить изменение величины угла закрутки вдоль спирального рукава, хотя их авторами и указывается на возможное отклонение формы рукавов галактик от логарифмической спирали с постоянным углом закрутки, по крайней мере, для некоторых галактик.

То обстоятельство, что величина угла закрутки различна на различных участках спирального рукава, приводит к существенной рассогласованности результатов ее измерения разными авторами (например, результаты в работах [1] и [6]). Это приводит к трудностям в поиске и анализе взаимосвязей морфологии спиральных галактик с другими их параметрами (кинематическими, фотометрическими). Кроме того, представляет интерес само по себе изменение величины угла закрутки и его возможная связь с различными характеристиками галактик.

Недавно вышла работа [7], в которой угол закрутки определяется при помощи двумерного Фурье-преобразования с переменным внутренним радиусом действия. Это позволяет увеличить точность определения угла закрутки путем выбора тех участков спиральной структуры, для которых Фурье-преобразование показывает наиболее стабильные результаты. Депроецирование галактик производилось независимо от определения углов закрутки при помощи углов наклона, полученных по сплюснутости изофот галактик. Несмотря на то, что внутренний радиус действия Фурье-преобразования является свободным параметром, метод не позволяет в чистом виде получить изменение величины угла закрутки на разных участках спирального узора.

В данной работе предлагается процедура, позволяющая измерить величину угла закрутки спиральных галактик как функцию расстояния от галактического центра. При этом, определение ориентации галактики выполняется отдельным этапом, не связанным с исследованием формы спиральных рукавов. Предложенный метод реализован в виде двух программ (MSA и EPA), доступных для свободного использования¹.

2. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

2.1. Определение ориентации дисков галактик

Проецирование изображений галактик на небесную сферу, очевидно, вносит искажения в наблюдаемую форму ветвей спиральных галактик.

Исправление этого эффекта требует знания ориентации галактического диска в пространстве, определяемой двумя величинами: углом наклона i плоскости диска к картинной плоскости и позиционным углом большой оси PA . Из этого следует, как указывалось выше, что необходимым этапом исследования морфологии спиральных галактик является определение величин i и PA .

В данной работе было решено воспользоваться методом монотонности спиральных рукавов (МСР) (Полтораки, Фридман [8]; Фридман, Полтораки [9]). Метод основан на предположении, что все спиральные рукава представляют собой монотонную функцию, то есть, если следовать вдоль спирали от центра галактики к периферии, длина радиус-вектора должна расти монотонно ($\frac{dr}{d\phi} > 0$, где r — расстояние от точки на спиральной ветви до центра галактики, ϕ — азимутальный угол).

При этом спираль, спроецированная на картинную плоскость, может представляться немонотонной функцией. Таким образом, область i и PA , для которых депроецированная спираль монотонна, будет областью возможных углов наклона и позиционных углов. Как видно, предположение о форме спиральных рукавов в этом методе не требует от них следования конкретной модели (логарифмической, гиперболической), поэтому при исследовании формы спиральных ветвей данный метод выглядит более предпочтительным. Более того, как указывают авторы [8], метод МСР избавлен от некоторых недостатков метода изофот, связанных с неосесимметричностью распределения яркости в спиральных галактиках (из-за мощного спирального узора, бара и т.д.).

Недостатком метода МСР является его ограниченность со стороны малых углов наклона: при уменьшении истинного значения i резко возрастают области возможных значений наклона и позиционного угла [8]. Более остро это проявляется для галактик с короткими спиральными рукавами. Практика показывает [10], что для галактик, имеющих величину наклона $i < 30^\circ$, область возможных значений позиционного угла может возрасти до диапазона $0^\circ - 180^\circ$. Столь сильная неопределенность этого угла делает невозможным депроецирование изображений таких галактик. При этом наклон в 30° все еще достаточно велик для того, чтобы оказывать существенное влияние на форму спиральных рукавов. Поэтому для галактик с наклоном $i < 30^\circ$ метод МСР применять не рекомендуется.

¹http://www.astro.spbu.ru/?q=pitch_angles

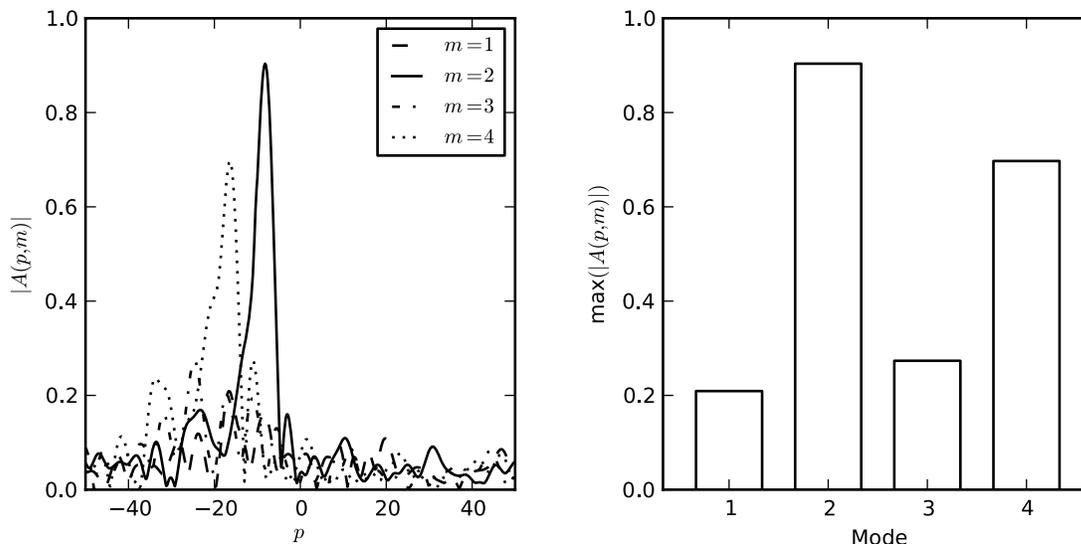


Рис. 1. Пример применения Фурье-преобразования к галактике PGC 38916 для различного числа спиральных рукавов. Слева показаны графики функции $|A(p, m)|$, справа — величины максимумов главных пиков для каждой из гармоник. Видно, что при $m = 2$ Фурье-преобразование показывает наибольший максимум, положение которого соответствует величине угла закрутки $\mu = 18^\circ 7$.

2.2. Определение формы ветвей спиральных галактик

2.2.1. Идея метода

За основу метода была выбрана идея, предложенная Калнайсом [3] и позже разработанная Консидере и Атанассоула [5]. Для определения величины угла закрутки в этих работах предлагается использовать Фурье-преобразование множества точек, принадлежащих спиральным рукавам. Распределение этих точек можно представить в виде нормированной суммы их лог-полярных координат:

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta(u - u_j) \delta(\phi - \phi_j).$$

Тогда, Фурье-преобразование этого распределения

$$A(p, m) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta(u - u_j) \delta(\phi - \phi_j) \times e^{-i(pu+m\phi)} du d\phi \quad (1)$$

даст амплитуды его разложения в набор логарифмических спиралей. За величину угла закрутки можно принять величину угла закрутки спирали, входящей в это разложение с наибольшей амплитудой:

$$\mu = \arctan \left(-\frac{m}{p_{\max}} \right). \quad (2)$$

В этой формуле p_{\max} — значение параметра p , при котором функция $|A(p, m)|$ имеет максимум, а m —

количество спиральных рукавов. Результат работы этого метода на примере галактики PGC 38916 показан на Рис. 1. Галактика PGC 38916 представляет собой классическую двухрукавную спиральную галактику. Как видно, при моде $m = 2$ величина амплитуды Фурье-преобразования имеет наибольший максимум.

Данный метод позволяет надежно определять величину угла закрутки спиральных галактик в предположении, что она остается постоянной вдоль спирального рукава. Если же это предположение не выполняется, то метод даст только некоторое среднее значение угла закрутки, потеряв при этом информацию о локализации отклонений от среднего на спиральных ветвях. Решением данной проблемы является применение этого метода поочередно к различным участкам рукава. Для этого удобно ввести некоторое пространственное окно, которое бы позволяло “вырезать” часть рукава и применять Фурье-преобразование только для его участка. В качестве такого окна естественно взять прямоугольный фильтр $W(a, b, u)$:

$$W(a, b, u) = \begin{cases} 1, & u \in \left[b - \frac{a}{2}, b + \frac{a}{2} \right] \\ 0, & u \notin \left[b - \frac{a}{2}, b + \frac{a}{2} \right] \end{cases},$$

где b описывает положение фильтра (то есть расположение вырезаемой фильтром области), а a — его ширину. Таким образом, формально метод примет следующий вид:

$$G(p, m, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta(u - u_j) \delta(\phi - \phi_j) \times e^{-i(pu+m\phi)} W(a, b, u) du d\phi. \quad (3)$$

Получившаяся формула позволяет при фиксированном числе рукавов m определить величину угла закрутки на расстоянии b от центра галактики. Численное значение угла закрутки можно получить аналогично методу (1) по положению максимума в Фурье преобразовании (но в данном случае при произвольном расстоянии от центра галактики), применив формулу (2).

Для применения на практике, формулу следует упростить, воспользовавшись свойством δ -функции:

$$G(p, m, b) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-i(pu_j+m\phi_j)} W(a, b, u). \quad (4)$$

Следует отметить, что использование в данном методе для описания формы рукавов галактик именно логарифмической спирали несущественно, так как в результате работы метода получается массив значений углов закрутки (то есть чисто геометрическое описание формы спирального рукава), а не параметры той или иной модели. Поэтому в качестве “несущей” функции можно использовать любую другую аналитическую аппроксимацию спиральных рукавов, например, Архимедову спираль, как в работе Караченцева и Караченцевой [11], или гиперболическую спираль. Кенникатт указал [1] на то, что на малых отрезках спиральных рукавов трудно отличить одну модель от другой. Логарифмическая же спираль используется в данной работе потому, что является традиционным выбором для аппроксимации спиральных рукавов в grand-design галактиках, а также потому что в ее аналитическое описание величина угла закрутки входит наиболее простым образом.

2.2.2. Реализация метода на практике

В работах Калнайса [3] и Консидере и Атанассоула [5] в качестве точек, принадлежащих спиральной структуре галактики, использовались координаты областей Н II. Хотя эти объекты хорошо очерчивают спиральную структуру, их использование в данном методе не очень удобно, так как число галактик, у которых определено положение достаточного количества областей Н II невелико. Поэтому, в качестве данных для Фурье-преобразования было решено воспользоваться непосредственно цифровыми изображениями галактик. Сами исходные изображения не годятся

для применения к ним Фурье-преобразования в том виде, в котором оно приведено в формуле (3), так как метод не чувствителен к интенсивностям пикселей, а только к их пространственному распределению. Это означает, что к методу следует добавить предварительную процедуру, которая бы по данному изображению галактики получала массив координат принадлежащих спиральной структуре точек. В качестве такой процедуры был выбран следующий алгоритм, содержащий четыре этапа.

1. Сглаживание предварительно депроецированного изображения галактики бегущим средним с большим размером окна (в качестве интенсивности пикселя берется средняя интенсивность соседних пикселей, расположенных в пределах окна $r_w \times r_w$). При этом все детали изображения галактики с размерами существенно меньшими размера окна сглаживания “замываются”, а остается только примерно осесимметричное распределение яркости галактического диска без просматривающегося спирального узора.
2. Из исходного изображения галактики вычитается сглаженное изображение. В результате на разностном изображении “проступят” все детали, отсутствовавшие на сглаженном изображении, а осесимметричный гладкий “фон” диска исчезнет.
3. При необходимости, разностное изображение можно сгладить медианным фильтром с небольшим окном для подавления шума.
4. В качестве точек, принадлежащих спиральной структуре, выбираются точки, имеющие интенсивность выше некоторого порога. В качестве значения порога можно выбрать просто нулевой уровень интенсивности, так как на разностном изображении детали будут иметь положительные значения интенсивности, а гладкий диск галактики, на фоне которого они видны, — отрицательные.

Замечания по работе алгоритма извлечения спирального узора.

1. Полученное разностное изображение даже после сглаживания может выглядеть зашумленным, а спиральный узор клочковатым. Кроме того, помимо спиральной структуры оно будет содержать и другие детали, такие как звезды поля и яркие компактные области самой галактики, не связанные со

спиральным узором (Рис. 2)². Однако, как показывает практика, это не сильно влияет на результаты Фурье-преобразования.

2. То, насколько хорошо алгоритм подавит крупномасштабное распределение яркости и выделит, тем самым, спиральную структуру, зависит от того, насколько удачно подобрана величина окна сглаживания на первом этапе работы алгоритма. Его размер относительно размера галактики зависит от характеристик спирального узора и индивидуален для каждой галактики. Поэтому можно запустить метод с несколькими различными размерами окна сглаживания и найти оптимальное значение. Удобным критерием для выделения оптимальной величины окна сглаживания является контраст Фурье-преобразования, примененного к результату работы метода. Иными словами, в качестве оптимального размера окна сглаживания следует выбрать такой, при котором разница между первым (по величине) и вторым максимумами наибольшая. На практике для уменьшения количества вычислений можно выполнять обычное (не оконное) Фурье-преобразование (1).

Теперь, когда в результате работы этого алгоритма имеется массив координат точек, принадлежащих спиральной структуре, можно производить вычисление оконного Фурье-преобразования (3, 4). При известном числе спиральных рукавов галактики (например, $m = 2$ для grand-design галактик), вычисление Фурье-преобразования необходимо проводить на двумерной сетке параметров b и p , отвечающих, соответственно, за расстояние от центра галактики и угол закрутки. Диапазон параметра b зависит от пространственных размеров спиральной структуры и индивидуален у каждой галактики. Шаг по этому параметру определяет пространственную разрешающую способность метода. Диапазон параметра p зависит от величины угла закрутки спиральной галактики. Причем для галактик, спиральные ветви которых закручены по часовой стрелке, максимум на Фурье-преобразовании лежит в области отрицательных значений p , а для галактик с ветвями закрученными против часовой стрелки — в положительной. Это обстоятельство позволяет сократить объем вычислений вдвое, если брать во внимание направление спирального узора. Определять в какую сторону закручены ветви

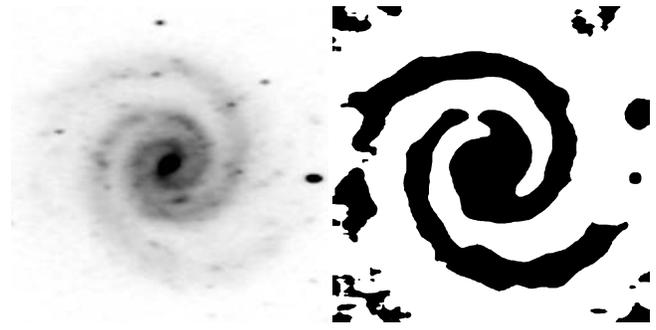


Рис. 2. Исходное изображение PGC 38916, депроцированное при помощи процедуры MSA (слева), справа — оно же после применения алгоритма извлечения спиральной структуры.

галактики можно автоматически на этапе нахождения оптимального размера окна сглаживания по положению максимума на обычном (не оконном) Фурье-преобразовании.

Угол закрутки подавляющего большинства спиральных галактик лежит в диапазоне от 2° до 45° [1, 2, 6, 10, 12], что означает (согласно формуле (2)), что величина параметра p должна лежать в диапазоне от -2 до -50 для галактик со спиральной структурой, закрученной против часовой стрелки и от 2 до 50 — для галактик со спиральной структурой, закрученной по часовой стрелке. Шаг по этому параметру определяет разрешающую способность метода по отношению к измерению величины угла закрутки. В программе шаг по p был выбран равным 0.1 , что соответствует шагу по величине угла закрутки примерно $0^\circ 02'$ для галактик с малым (порядка 5°) углом закрутки и примерно 1° для галактик с большим (порядка 40°) углом закрутки.

2.2.3. Описание программы MSA

Для реализации метода монотонности спиральных рукавов был написан пакет MSA (Monotony of Spiral Arms). Выполнение программы происходит в два этапа. На первом этапе пользователь при помощи системы обработки астрономических данных MIDAS³ загружает изображение исследуемой галактики из FITS-файла на графический дисплей и выбирает оптимальные значения масштаба изображения и диапазона интенсивностей. После этого пользователю необходимо указать положения центра галактики и нескольких точек вдоль каждого из двух спиральных рукавов галактики.

На втором этапе координаты выбранных пользователем точек направляются на вход программе, написанной на языке Python⁴, которая и реализует

²Все изображения галактик в данной работе взяты из каталога EFIGI (<http://www.astromatic.net/projects/efigi>).

³<http://www.eso.org/sci/software/esomidias/>

⁴<http://python.org>

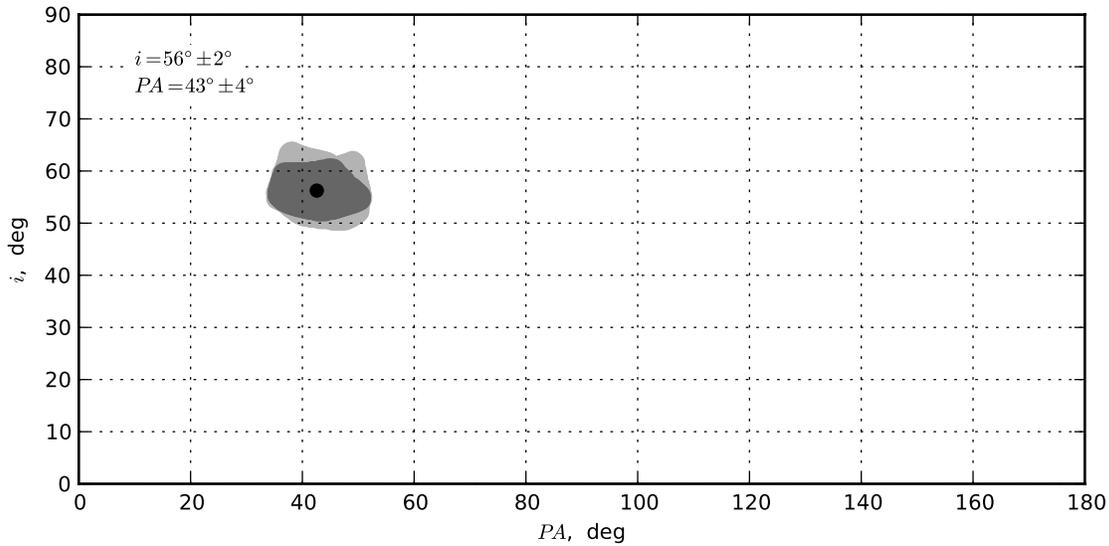


Рис. 3. Результат работы программы MSA на примере галактики PGC 38916. Светло-серым показаны области возможных значений наклона и позиционного угла, полученные по отдельным спиральным рукавам, темно-серым — их пересечение. Кружком показана середина области пересечения.

собственно метод МСР. На выходе программа дает изображение, содержащее множества возможных значений наклонов и позиционных углов галактики, вычисленные отдельно по каждому из рукавов, а также область их пересечения (если множества пересекаются). За итоговое значение наклона и позиционного угла берется середина этой области пересечения. Если множества для отдельных рукавов не пересекаются, то в качестве результата работы метода берется среднее значение середин множеств для каждого из рукавов, хотя, видимо, в таком случае точность метода падает. На Рис. 3 показан результат работы программы.

Чтобы депроецировать изображение галактики по полученным значениям наклона и позиционного угла необходимо, во-первых, повернуть галактику вокруг её центра по часовой стрелке на величину позиционного угла так, чтобы ее большая ось была расположена вдоль направления север-юг, а затем растянуть малую ось на величину $1/\cos i$ (соответствующие команды в системе MIDAS: `rebin/rotate` и `rebin/linear`).

Реализация программы не включает в себя исследование угла закрутки галактик, поэтому с помощью неё возможно определение ориентации дисков спиральных галактик для любых целей.

2.2.4. Описание программы EPA

Метод исследования формы спиральной структуры галактик (3) так же был реализован на языке Python. На вход программа получает FITS-файл с депроецированным изображением галактики, масштаб для этой галактики (в парсеках на угловую

секунду) для дальнейшего перехода от угловых координат к пространственным (необходимый для этого перехода масштаб изображения, в секундах на пиксель, программа извлекает из дескрипторов FITS-файла) и ширину прямоугольного фильтра в долях радиуса галактики. Более узкий фильтр позволяет изучить вариацию величины угла закрутки вдоль рукавов более детально, но при этом возрастают шумы. Более широкий фильтр уменьшает шумы, но при этом теряется информация о деталях зависимости угла закрутки от расстояния.

После запуска программа выводит на экран изображение галактики и предлагает пользователю указать приблизительно положение центра галактики, внутренний и внешний радиусы спиральной структуры. Информация о внутреннем радиусе необходима для исключения из расчетов центральной области галактики (балджа и бара), внешний радиус позволяет не применять Фурье-преобразование для всего изображения и, тем самым, уменьшить время работы программы.

Далее программа выполняет описанный выше алгоритм и получает таблицу значений величины угла закрутки в зависимости от расстояния до центра галактики, выраженного в линейных величинах.

Для проверки правильности работы метода программа накладывает на изображение галактики две логарифмические спирали с величиной угла закрутки, равной его значению в средней области спирального узора.

После окончания работы программа выводит на экран двумерную карту оконного Фурье-преобразования, на которой отмечены положения

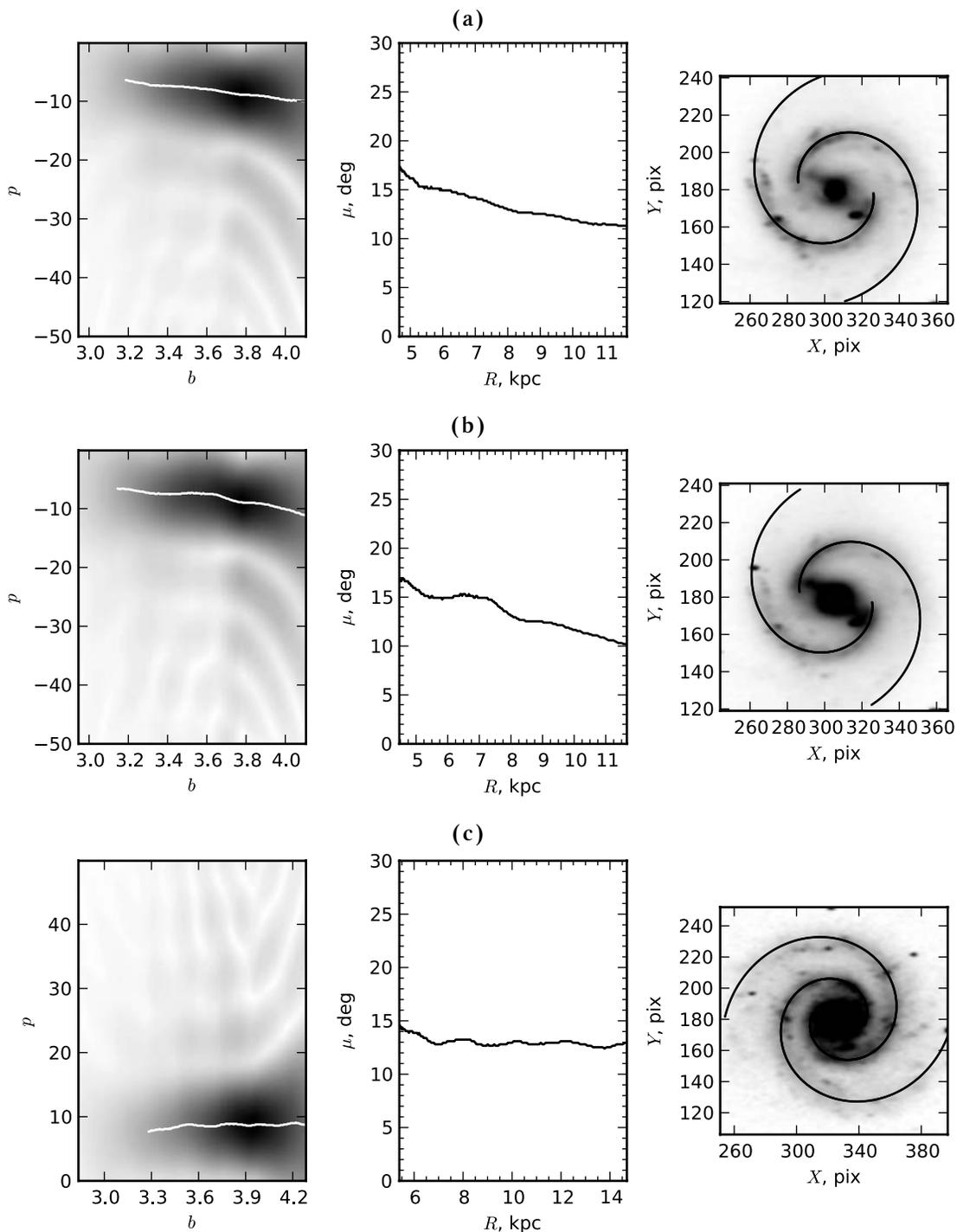


Рис. 4. Результат работы программы ERA на примере галактик PGC 23028 в фильтре g (a) и в фильтре i (b) (углы $i = 54^\circ$, $PA = 47^\circ$) и PGC 38916 (c) ($i = 56^\circ$, $PA = 39^\circ$). Слева показана двумерная карта оконного Фурье-преобразования, более темные области соответствуют большим амплитудам функции $|G(p, m, b)|$, белой линией показаны положения максимумов в зависимости от параметра b . Посередине — график, демонстрирующий изменение величины угла закрутки в зависимости от расстояния до центра галактики. Справа расположено депроецированное изображение галактики с нанесенными поверх него логарифмическими спиралями с постоянным углом закрутки. Ширина прямоугольного фильтра во всех случаях $a = 0.333$.

максимумов в зависимости от расположения фильтра b , график, показывающий зависимость величины угла закрутки от расстояния до центра галактики, и входное изображение галактики с наложенными на него модельными логарифмическими спиральными рукавами. Кроме того, все численные результаты записываются в файл для последующего анализа.

На Рис. 4 приведены примеры результатов работы программы ЕРА для двух галактик. На первых двух панелях показаны результаты для галактики PGC 23028 в фильтрах g (Рис. 4а) и i (Рис. 4б) системы SDSS. Видно, что в обоих фильтрах поведение величины угла закрутки схоже: наблюдается падение с 17° во внутренней области до $10\text{--}11^\circ$ во внешней. Видно также, что логарифмическая спираль с постоянным углом закрутки, равным среднему по всей спиральной структуре галактики, описывает реальный спиральный узор плохо: во внешних областях, где угол закрутки ветвей становится меньше, чем угол закрутки модельной логарифмической спирали, модель удаляется от центра галактики быстрее. На Рис. 4с приведен результат работы для галактики PGC 38916. У этой галактики величина угла закрутки с расстоянием практически не меняется.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан метод определения величины угла закрутки спиральных галактик, позволяющий проследить изменение этого параметра с увеличением расстояния от центра галактики. Определение ориентации галактических дисков в пространстве производится методом монотонности спиральных рукавов, отдельно от собственно исследования параметров спирального узора.

Оба алгоритма были реализованы в виде программ на языке программирования Python, которые могут быть применены для массового определения параметров спиральной структуры.

В настоящее время программа применяется для определения величин углов закрутки и их вариации с расстоянием у выборки галактик из SDSS с целью поиска их взаимосвязей с другими (кинематическими, фотометрическими, морфологическими) параметрами галактик.

On Estimation of the Pitch Angle for Spiral Arms of Galaxies

S.S. Savchenko

The shape of the arms of spiral galaxies is usually described by logarithmic spirals with constant pitch angles, however, some galaxies display variations of the pitch angle along their spiral arms. We propose a method of determining the pitch angle of the arms in spiral galaxies based on the window Fourier analysis of their images. This method allows us not only to infer the average pitch angle, but also to obtain its value as a function of galactocentric radius. The method is implemented in the form of freely available programs.

Keywords: *galaxies: spiral—galaxies: structure*

Программы, их описания и тестовые примеры с результатами работы доступны по адресу http://www.astro.spbu.ru/?q=pitch_angles. Текущие версии программ предназначены для анализа двухрукавных спиральных галактик, однако в будущем планируется обобщить их на случай произвольного числа ветвей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность В. П. Решетникову, а также анонимному рецензенту за полезные замечания и рекомендации, способствовавшие улучшению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. C. Kennicutt Jr., *Astronom. J.* **86**, 1847 (1981).
2. J. Ma, *Chinese Journal Astron. Astrophys.* **1**, 395 (2001).
3. A. J. Kalnajs, in *Proc. of the La Dynamique des galaxies spirales: [colloque] hautes etudes scientifiques, Bures-sur-Yvette, 1974*, Ed. by L. Weliachew (Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1975), p. 103.
4. S. Considerere and E. Athanassoula, *Astronom. and Astrophys.* **111** (1), 28 (1982).
5. S. Considerere and E. Athanassoula, *Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser.* **76** (3), 365 (1988).
6. M. S. Seigar, J. S. Bullock, A. J. Barth, and L. C. Ho, *Astrophys. J.* **645**, 1012 (2006).
7. B. L. Davis, J. C. Berrier, D. W. Shields, et al., *Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser.* (in print); arXiv:1202.4780.
8. S. G. Poltorak and A. M. Fridman, *Astron. Rep.* **51**, 460 (2007).
9. A. M. Fridman and S. G. Poltorak, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **403**, 1625 (2010).
10. S. S. Savchenko and V. P. Reshetnikov, *Astron. Lett.* **37**, 817 (2011).
11. И. Д. Караченцев и В. Е. Караченцева, *Сообщения Бюроканской обс.* **38**, 47 (1967).
12. M. S. Seigar, D. Kennefick, J. Kennefick, and C. H. S. Lacy, *Astrophys. J.* **678**, L93 (2008).