УДК 520.2.067-13

# АНАЛИЗ НАБЛЮДЕНИЙ ГРАВИТАЦИОННО-ЛИНЗИРОВАННЫХ КВАЗАРОВ

© 2015 В. Н. Дудинов<sup>1,2\*</sup>, А. Е. Кочетов<sup>1,2\*\*</sup>

<sup>1</sup>НИИ астрономии Харьковского национального университета, Харьков, 61022 Украина <sup>2</sup>Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков, 61002 Украина Поступила в редакцию 11 июня 2014 года; принята в печать 2 октября 2014 года

Показана зависимость гравитационного усиления от диаметра телескопа при учете дальнодействия гравитационного потенциала. Предлагается использовать этот эффект для оценки числа компактных масс, которые последовательно встречаются на пути прохождения света квазара.

Ключевые слова: гравитационное линзирование — методы: наблюдательные

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Естественным инструментом для обнаружения темной материи, которая может гравитационно проявиться во Вселенной, являются астрономические наблюдения эффекта гравитационного линзирования. Хорошо известны работы, ведущиеся по программам MACHO, OGLE и др., которые основаны на идее Пачинского, предложившего использовать эффект гравитационного микролинзирования для обнаружения темных компактных масс (носителей скрытой массы) в нашей галактике. Та же задача поиска невидимых масс в других галактиках решается и при наблюдении гравитационно-линзированных квазаров [1]. Глобальное гравитационное поле галактики, лежащей на пути распространения света квазара, искажает ход лучей таким образом, что образуется несколько изображений квазара (компонентов), которые регистрируются телескопом как независимые точечные источники. Измерению подлежат флуктуации блеска и координат отдельных компонентов квазара, обусловленные прохождением света вблизи масс, встречающихся на пути его распространения. Анализ гравитационно-линзированных систем обычно ведут путём моделирования прохождения лучей света через галактику, образованную большим числом точечных масс. Для упрощения задачи рассматривают отдельный компонент квазара и все массы, расположенные в этом направлении в толстой среде галактики, составляющей десятки килопарсек, проектируют в плоскость, совпадающую с центром масс. Массы считают точечными, поскольку на типичном расстоянии до галактики

их угловой размер оказывается меньше углового размера зоны Френеля  $\sqrt{\lambda L}/L$ , где  $\lambda$  — длина волны, *L* — приведенное расстояние до наблюдателя. Квазар (источник света) считают протяженным. Это позволяет при заданном гравитационном поле галактики строить карту случайного усиления отдельного компонента квазара в зависимости от его координат при произвольном разбросе точечных масс, расположенных в одной плоскости (тонкая среда). При этом ошибка, возникающая при проектировании, считается пренебрежимо малой из-за малой относительной толщины галактики  $h/L < 10^{-4}$ , где h — толщина галактики. В настоящей статье мы обращаем внимание на то, что реальная толщина галактики более чем на 5 порядков превосходит рефракционную длину тени  $R_*^2/2r_a$ , при которой можно считать допустимым расположение масс в одной плоскости, где  $R_*$  — линейный, а  $r_g$  — гравитационный радиус массы, встречающейся на пути распространения света. Лучи света за каждой компактной массой фокусируются в фокальные полуоси с большой концентрацией энергии. Фокальные полуоси начинаются за рефракционной тенью и пересекают всю галактику. Попадание даже малых масс в область большой концентрации энергии приводит к дополнительному усилению света в направлении наблюдателя. Последовательное прохождение лучей вблизи двух и более масс приводит к появлению дополнительных источников, неразрешаемых телескопом. Это значительно усложняет анализ прохождения света через толстый слой случайно расположенных точечных масс и требует более строгого рассмотрения, включающего оптическую задачу построения изображения гравитационнолинзовой системы в телескопе [2].

<sup>\*</sup>E-mail: vladimir\_dudinov@mail.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: kochetov@list.ru

#### 2. ГРАВИТАЦИОННОЕ УСИЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ ТОЧЕЧНЫХ МАСС

Основой для анализа прохождения света через гравитационные поля галактики является формула гравитационного усиления, полученная Эйнштейном в приближении геометрической оптики. Согласно этой формуле, каждая точечная масса, расположенная вблизи направления на точечный источник, увеличивает его интенсивность с коэффициентом усиления  $q = q_1 + q_2$  [3], где

$$q_{1,2} = \frac{l}{2\rho} \frac{\rho^2 / 2l^2 + 1}{\sqrt{\rho^2 / 4l^2 + 1}} \pm \frac{1}{2},\tag{1}$$

*ρ* — расстояние массы от линии, соединяющей источник с точкой наблюдения (далее ось);  $l = \sqrt{2r_g L}$  — радиус кольца Эйнштейна;  $r_g$  — гравитационный радиус массы, на которой происходит усиление;  $L = D_G D_{GS}/D_S$  — приведенное расстояние до точки наблюдения; D<sub>G</sub> расстояние между точкой наблюдения и массой;  $D_{GS}$  — расстояние между массой и источником;  $D_S$  — расстояние между точкой наблюдения и источником. Напомним, что переход к приведенным координатам, позволяет все результаты, относящиеся к плоской волне, получать из формул для конечного расстояния предельным переходом  $D_S \to \infty$ . Известно [4, 5], что формула Эйнштейна (1) для коэффициента усиления описывает некогерентную составляющую рассеяния (дифракции) плоской волны в поле тяготения точечной массы. Рассеяние фотонов гравитационным полем точечных масс подобно рассеянию заряженных частиц в кулоновском поле. Как и в известной формуле Резерфорда, дифференциальное сечение рассеяния волны в гравитационном поле точечной массы,  $d\sigma/d\Omega = 4r_g^2/\theta^4$ , пропорционально  $\theta^{-4}$ , где  $d\Omega$  — элемент телесного угла. Полное сечение рассеяния, которое находится путем интегрирования по всем углам  $\sigma_0 = 2\pi \int_0^\infty \left(4r_g^2/\theta^4\right) \theta \,\mathrm{d}\theta,$ оказывается бесконечно большим, а дифференциальное стремится к бесконечности при  $\theta \to 0$ . Такая особенность рассеяния обусловлена известным дальнодействием кулоновского (гравитационного) потенциала.

Учитывая специфику гравитационного рассеяния, вычислим блеск (усиление) точечного источника в телескопе при гравитационном усилении (1) большим числом независимых точечных масс. Согласно (1), для одиночной массы усиление q точечного источника при  $\rho \rightarrow 0$  стремится к бесконечности. С ростом  $\rho$  усиление падает, а изображение источника распадается на два компонента  $p_1$  и  $p_2$ , лежащие по обе стороны от массы. Прямое изображение  $p_1$  с ростом  $\rho$  приближается к оси с усилением  $q_1 \rightarrow 1$ . Более слабое инвертированное изображение  $p_2$ , лежащее с противоположной стороны от гравитационной линзы, приближается к ней с усилением  $q_2$ , которое убывает как

$$\frac{l^4}{\rho^4} = L^2 \frac{4r_g^2}{\rho^4} = \frac{\theta_g^4}{\theta^4},$$

где  $\theta = \rho/L$  — угол отклонения массы от направления на источник;  $\theta_g$  — радиус кольца Эйнштейна в угловой мере. Если изображения  $p_1$  и  $p_2$  телескопом не разрешаются, наблюдается один источник, усиление которого  $q = q_1 + q_2 > 1$  при сколь угодно больших  $\rho$ . На этот кажущийся парадокс гравитационного усиления интенсивности источника обратил внимание А. В. Бялко [6] в 1969 году.

Термин «коэффициент усиления» интенсивности источника по определению предполагает возможность сравнения блеска источника с опорной звездой, неразрешаемой телескопом. Это значит, что угловой размер источника должен быть заведомо меньше дифракционного элемента разрешения телескопа  $\lambda/D$ , где D — диаметр телескопа. В оптике источник считают точечным, если создаваемая им в плоскости наблюдения площадь когерентности больше первой зоны Френеля  $\sqrt{\lambda D_S}$ , т.е. его угловой размер меньше углового размера зоны Френеля. При этом вся энергия источника, прошедшая через зону Френеля, собирается телескопом в его дифракционном элементе разрешения, создавая максимальную плотность энергии источника на площадке радиусом  $\lambda/D$ . Площадь зоны Френеля в плоскости галактики (на рис. 1а серый эллипс) равна  $S_F \approx \lambda L$ . Гравитационное усиление q означает увеличение этой площади, а соответственно, и увеличение энергии в изображении точки. На рис. 1 приведены различные случаи прохождения света от удаленного точечного источника вблизи случайно расположенных масс.

Для массы, расположенной точно на оси  $\rho = 0$ , энергия точечного источника собирается с площади тонкого кольца (рис. 1b), которое при смещении массы от оси разрывается на две не равновеликие площади, расположенные по разные стороны от массы (гравитационной линзы). Радиус кольца равен радиусу Эйнштейна  $l = \sqrt{2r_g L}$ , а его ширина порядка зоны Френеля  $\sqrt{\lambda L}$ . Поскольку кольцо телескопом не разрешается, т.е. выполняется условие  $\sqrt{\lambda L} \ll \sqrt{2r_g L} \ll (\lambda/D) L$ , наблюдается усиленное изображение точечного источника, блеск которого определяется квадратом отношения площадей кольца  $S_g$  и первой зоны Френеля  $S_F$ . Точное значение максимального усиления  $q_{\rm max} =$  $= (S_g/S_{\rm F})^2 = 4\pi^2 r_g/\lambda$ . Таким образом, дифференциальное сечение рассеяния при  $\rho \to 0$  стремится к



Рис. 1. Различные случаи прохождения света от точечного источника: (а) при распространении света в пустоте в изображении точечного источника телескоп собирает всю энергию с площади, равной зоне Френеля; (b) при распространении света вблизи массы, расположенной точно на оси энергия точечного источника с собирается с площади кольца; (с) при распространении света вблизи случайно расположенных масс энергия точечного источника определяется энергией дополнительных источников, которые образуются отклоненными лучами вблизи гравитирующих масс.

очень большой, но всегда конечной величине, зависящей от длины волны. Отметим, что при усилении одиночной массой эта зависимость от длины волны полностью пропадает для источника конечного размера  $R \gg \sqrt{\lambda D_S}$ . В частности, для равномерно светящегося диска радиусом R, с расположенным на оси центром, усиление достигает максимума

$$q_{\max} = \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^R \frac{l}{r} \frac{1 + r^2/2l^2}{\sqrt{1 + r^2/4l^2}} r \, \mathrm{d}r$$
$$= \frac{\pi R \sqrt{R^2 + 4l^2}}{\pi R^2} \approx 2\frac{l}{R} \,,$$

где r — полярный радиус в плоскости источника, не зависит от длины волны и быстро уменьшается с ростом R.

Дифракционный элемент разрешения  $\lambda/D$ , в котором собирается вся энергия усиленного источника, в угловой мере соответствует диаграмме направленности телескопа в радиоастрономии. При удалении одиночной массы на расстояние  $\rho > \lambda L/D$ , изображение  $p_2$  не попадает в диаграмму направленности телескопа, в результате чего его вклад в суммарный блеск точечного источника отсутствует. Это значит, что изображение источника  $p_2$ , полученное в телескопе, не может увеличить плотность энергии в дифракционном изображении точки. Остается только усиление источника  $p_1$ , которое при удалении массы от оси монотонно стремится к единице. В случае гравитационного усиления точечного источника случайными массами, кроме прямого источника S, вблизи направления на каждую из масс возникают вторичные точечные источники  $S_j$ . Все они когерентны между собой, поскольку созданы одним и тем же источником S (рис. 1с). Согласно принципу Ферма, оптическая длина пути между точечным источником и изображением точки в телескопе одинакова для всех лучей, которые попали в изображение точки. Это значит, что в дифракционном изображении точки складывается совпадающее по фазе излучение только тех вторичных источников  $S_j$ , которые попали в диаграмму направленности телескопа. Блеск точечного источника определится когерентным сложением ампли-

туд 
$$\left[\sum_{j}a_{j}
ight]^{2}$$
, где  $a_{j}$  — амплитуда  $j$ -го источ-

ника. Источники, не попавшие в дифракционное изображение точки, образуют слабый окружающий фон, состоящий из отдельных источников S<sub>i</sub> с интенсивностями  $a_i^2$ , которые не дают вклада в усиление точечного источника. Коэффициент усиления точечного источника гравитационной линзой, состоящей из большого числа масс, является флуктуирующей величиной, обусловленной взаимным перемещением масс, создающих изображения, попадающие в диаграмму направленности телескопа. Без учета диаграммы направленности телескопа при равномерной плотности точечных масс число вторичных источников растет пропорционально  $\rho^2$ , а их интенсивность убывает как  $\rho^{-4}$ , что приводит к неограниченному росту усиления. Таким образом, кажущийся парадокс неограниченного усиления большим числом удаленных масс пропадает, если учесть зависимость гравитационного усиления только от масс, дающих вторичные изображения, попадающие в диаграмму направленности телескопа  $\lambda/D$ .

При фиксированном диаметре телескопа коэффициент усиления точечного источника в двух разнесенных длинах волн оказывается систематически больше для более длинных волн на величину, пропорциональную

$$q(\lambda_2) - q(\lambda_1) \sim 2\pi \int_{\lambda_1/D}^{\lambda_2/D} \frac{1}{\xi^4} \xi \, \mathrm{d}\xi = \pi D^2 \left[ \frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right],$$
(2)

где  $\xi = \rho/L$ . Соответственно, при фиксированной длине волны гравитационное усиление точечного источника на двух телескопах систематически больше для телескопа меньшего диаметра на малую добавку, пропорциональную

$$q(D_1) - q(D_2) \sim 2\pi \int_{\lambda/D_2}^{\lambda/D_1} \frac{1}{\xi^4} \xi \,\mathrm{d}\xi = \frac{\pi}{\lambda^2} \left[ D_2^2 - D_1^2 \right].$$

Можно показать [2], что появившаяся зависимость гравитационного усиления от длины волны и диаметра телескопа является прямым следствием формирования изображения источника гравитационно-линзовой системой в телескопе с дифракционным разрешением  $\lambda/D$  и является отражением известного в оптике интерференционного принципа эквивалентности [7] (стр. 248). Зависимость коэффициента усиления точечного источника от диаграммы направленности телескопа также должна проявиться и для протяженного (неразрешаемого телескопом) источника. Однако, для протяженного источника величина коэффициента усиления падает, в результате чего эффект зависимости усиления от диаграммы направленности становится менее заметным. Принципиальным является то, что для современных оптических телескопов угол  $\lambda/D < 0$ ."1 оказывается существенно меньше предельного угла отклонения лучей в гравитационном поле звездылинзы  $\psi = 2r_g/R_* \sim 1''$ , где  $R_*$  — радиус массы, при котором инвертированное изображение исчезает, попадая в рефракционную тень. Это значит, что приращение усиления  $\delta q \sim -(2\pi/\lambda^2) D \delta D$ при изменении диаметра телескопа является в принципе измеряемой величиной. Это позволяет, меняя диаметр телескопа, установить наличие или отсутствие гравитационного усиления источника при синхронных фотометрических измерениях его блеска на двух телескопах разного диаметра. При этом блеск гравитационно усиленного источника окажется систематически меньше для телескопа большего диаметра. Поскольку на космологических расстояниях гравитационное усиление случайными массами, смещенными от оси, испытывают все источники с угловым размером соизмеримым с размером кольца Эйнштейна, а вероятность большого усиления чрезвычайно мала, судить о величине гравитационного усиления источника (квазара или далекой сверхновой) можно только по дифференциальному приращению усиления при смене диаметра телескопа. Использовать для этой цели аналогичную (2) зависимость гравитационного усиления от длины волны не представляется возможным, поскольку может существовать зависимость размера квазара от длины волны  $R(\lambda)$ , которая проявляется как изменение цвета компонентов квазара при микролинзировании [8-10]. Разделить эти два эффекта весьма затруднительно.

#### 3. ПАРАМЕТРЫ ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ

Очевидно, что зависимость гравитационного усиления от диаграммы направленности телескопа можно обнаружить только при многократном рассеянии света квазара на отдельных массах, случайно расположенных в толстой среде галактики. При типичных масштабах микролинзирования, которое мы выберем соответствующими масштабу ближайшей гравитационно-линзированной системы Q 2237+0305 [11], можно считать, что излучение квазара внутри галактики проходит вблизи точечных масс, характерный размер которых, включая планеты и звезды, оказывается меньше размера зоны Френеля  $\sqrt{\lambda L}$ . При плотности звезд в галактике порядка одной солнечной массы в парсеке кубическом, их поверхностная плотность на этом расстоянии оказывается порядка 10<sup>10</sup> солнечных масс на квадратную секунду дуги. Эта площадь примерно равна площади максимального разброса лучей гравитационным полем солнечной массы. Число это может оказаться сильно заниженным, поскольку не были учтены слабо светящиеся объекты с меньшей массой, в частности субзвездные объекты с массой меньше 0.08 М<sub>☉</sub>. Как известно, в процессе эволюции их сжатие останавливается давлением вырожденного электронного газа до того, как наступят физические условия, при которых могут протекать ядерные реакции. По современным представлениям такие объекты в галактике со временем могут только накапливаться и реальное их число является неопределенно большим. Средняя плотность этих субзвездных объектов  $\overline{\rho}$  оказывается значительно больше 1 г/см<sup>3</sup> [12]. В результате чего угол  $\psi = 2r_q/R_*$ , определяющий максимальный угол отклонения лучей в гравитационном поле таких объектов, почти достигает угла отклонения вблизи звезд солнечной массы, а длина рефракционной тени  $z_0 = R_*^2/2r_a$  оказывается гораздо меньше толщины галактики  $\ddot{h} \sim 5 \times 10^{22}$  см. Параметры компактных объектов, ответственных за микролинзирование приведены в таблице 1.

#### 4. ОЦЕНКА ГРАВИТАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СВЕТА КВАЗАРА ЧЕРЕЗ ГАЛАКТИКУ

Чтобы оценить возможность измерения ожидаемого эффекта на двух телескопах разного диаметра, рассмотрим вначале гравитационное усиление блеска источника двумя массами, разнесенными на глубину галактики, взяв за основу параметры гравитационной линзы Q 2237+0305. На рис. 2 приведен несколько упрощенный ход лучей от источника S до наблюдателя O через гравитационную линзу, состоящую всего из двух точечных масс  $M_1$ 

| Объект    | $M_*/M_{\odot}$   | $R_*/R_{\odot}$    | $\overline{\rho}$ , | $r_g$ ,           | $\psi = 2r_g/R_*,$   | $z_0 = R_*^2/2r_g,$ |
|-----------|-------------------|--------------------|---------------------|-------------------|----------------------|---------------------|
|           |                   |                    | $ ho/cm^3$          | СМ                | угл. сек.            | СМ                  |
| Солнце    | 1                 | 1                  | 1.4                 | $3.0 \times 10^5$ | 1.8                  | $8.3\times10^{15}$  |
| субзвезда | 0.08              | 0.079              | 220                 | $2.4\times 10^4$  | 1.8                  | $0.6\times 10^{15}$ |
| субзвезда | 0.06              | 0.089              | 130                 | $1.8\times 10^4$  | 1.2                  | $1.0\times 10^{15}$ |
| субзвезда | 0.04              | 0.096              | 62                  | $1.2\times 10^4$  | 0.72                 | $1.5\times 10^{15}$ |
| субзвезда | 0.02              | 0.11               | 18                  | $6.0 \times 10^3$ | 0.30                 | $0.5\times10^{15}$  |
| субзвезда | 0.01              | 0.14               | 5.0                 | $3.0 \times 10^3$ | 0.13                 | $1.6\times 10^{16}$ |
| Юпитер    | $10^{-3}$         | 0.10               | 1.3                 | $2.9\times 10^2$  | 0.016                | $9.2\times10^{16}$  |
| Земля     | $3 	imes 10^{-6}$ | $9 \times 10^{-3}$ | 5.5                 | 0.89              | $5.2 \times 10^{-4}$ | $2.3\times10^{17}$  |

Таблица 1. Параметры объектов, ответственных за микролинзирование в галактике, согласно [12]

и  $M_2$ , которые расположены на примерно равном расстоянии  $\rho \gg l$  от оси Z, соединяющей точку наблюдения и источник. Будем считать, что массы  $M_2$  и  $M_1$  находятся в плоскостях a и b на входе и выходе галактики, а наблюдатель, источник и обе массы расположены в плоскости рисунка XOZ. Расстояние между плоскостями a и b равно h. В тонкой среде, когда  $h < z_0$ , на небесной сфере кроме прямого источника S наблюдаются два вторичных источника  $S_1$  и  $S_2$ , расположеные в направлениях масс  $M_1$  и  $M_2$ . В точку наблюдения O, кроме прямого луча SO от источника единичной интенсивности, приходят лучи света от двух вторичных источников  $S_1$  и  $S_2$ , блеск которых приблизительно равен  $l^4/\rho^4$  (1). Взаимное перемещение масс вдоль



**Рис.** 2. Ход лучей при наличии двух масс. Жирной линией показан ход лучей, создавших источник *S*<sub>3</sub>, который не учитывается в геометрически тонкой галактике.

оси X на расстояния порядка l практически не влияет на блеск этих источников.

При достаточно большом h, появляется третий дополнительный источник  $S_3$ , блеск которого зависит от взаимного расположения масс вдоль оси X. Этот источник образуется лучами, последовательно отклоненными массами  $M_2$  и  $M_1$ . Из рисунка видно, что при перемещении  $M_1$  вдоль оси X появлением источника S<sub>3</sub> нельзя пренебречь только при попадании  $M_1$  в область треугольника  $AM_2B$  с основанием  $d \approx (h/L) \rho$ . При относительной толщине галактики  $h/L \sim 10^{-4}$  имеем  $d \sim 10^{-4} \rho$ . Поскольку d мало и, следовательно, вероятность появления дополнительного источника  $\dot{S}_3$  мала, может показаться, что возникновением  $S_3$  можно пренебречь и при рассмотрении большого количества масс в галактике. Однако, размер этой области, а стало быть, и вероятность появления дополнительных источников, определяется толщиной галактики и растет с ростом  $\rho$ . Кроме того, в этой области наблюдается большое усиление источника  $S_3$ , когда масса М<sub>1</sub> проходит в непосредственной близости от точек А или В. Большое усиление вблизи В обусловлено фокусировкой лучей массой  $M_2$  на фокальной полуоси М<sub>2</sub>В, которая начинается на расстоянии рефракционной тени и пересекает с большой концентрацией энергии всю галактику. Для этого случая положение источника  $S_3$  на рисунке обозначено как S<sub>3</sub>". В случае, когда масса  $M_1$  находится вблизи точки A источник  $S_3$  дополнительно усиливается массой  $M_1$ , что на рисунке обозначено как  $S'_3$ .

Моделирование прохождения света вблизи двух точечных масс мы провели методом обратного рейтрейсинга (ray tracing), взяв за основу параметры гравитационно-линзовой системы Q 2237+0305 при радиусе квазара  $R_q = 3 \times 10^{15}$  см. Для этого

| $ ho/	ilde{l}$ | ho/L,угл. сек. | $q_{\max}$            | $q_{\max} \times \left( \rho / \tilde{l} \right)^2$ | $q_0$                 | $q_{ m max}/q_0$   |
|----------------|----------------|-----------------------|---|-----------------------|--------------------|
| 250            | 0.0025         | $2.13 	imes 10^{-7}$  | $1.33\times 10^{-2}$                                | $1.28\times10^{-10}$  | $1.66 \times 10^3$ |
| 500            | 0.005          | $5.23 	imes 10^{-8}$  | $1.31\times 10^{-2}$                                | $8\times 10^{-12}$    | $6.54 \times 10^3$ |
| 1000           | 0.01           | $1.20\times 10^{-8}$  | $1.20\times 10^{-2}$                                | $5 \times 10^{-13}$   | $2.4 \times 10^4$  |
| 2500           | 0.025          | $1.82\times 10^{-9}$  | $1.11\times 10^{-2}$                                | $1.28\times 10^{-14}$ | $1.42 \times 10^5$ |
| 5000           | 0.05           | $4.07\times 10^{-10}$ | $1.01\times 10^{-2}$                                | $8 \times 10^{-16}$   | $4.98 \times 10^5$ |
| 10000          | 0.1            | $9.55\times10^{-11}$  | $0.96\times 10^{-2}$                                | $5 \times 10^{-17}$   | $1.91 \times 10^6$ |

Таблица 2. Максимальное усиление источника  $S_3$  при  $M_1 = M_2 = 1 M_{\odot}, h = 4.5 \times 10^{22}$  см  $= 10^{-4} L$ 

мы использовали уравнения и некоторые процедуры, изложенные в работе [13], где проводится изучение и классификация всех возможных случаев построения изображений двойной системой точечных линз. На рис. З в качестве примера показано суммарное усиление источников  $S_1, S_2$ и S<sub>3</sub>, при перемещении массы M<sub>1</sub> относительно  $M_2$  вдоль оси X в промежутке между точками A и B (рис. 2) на величину  $u = (\rho_{M_1} - \rho_{M_2})/\tilde{l}$ , где  $\tilde{l} \approx \sqrt{2(r_{g1}+r_{g2})L}, r_{g1}$  и  $r_{g2}$  — гравитационные радиусы масс  $M_1$  и  $M_2$ , соответственно. Масса  $M_2$ расположена на расстоянии  $ho \approx 700 \, l_{\odot}$  от оси Zвдоль оси X, где  $\hat{l}_{\odot}$  — радиус Эйнштейна для одной солнечной массы. Для сравнения, суммарный коэффициент усиления источников  $S_1$  и  $\check{S_2}$  для этих условий равен  $q_0 = 2 (l/\rho)^4 \approx 8 \times 10^{-12}$ .

Моделирование показывает на появление двойных максимумов усиления, когда  $M_1$  проходит вблизи точек A и B. Усиление при этом возрастает более чем на 3 порядка. При значительном уменьшении одной из масс в коэффициенте усиления исчезают максимумы вблизи одной из точек A или B (см. рис. 3), а величины двух других почти не зависят от соотношения масс. Наблюдается почти полная симметрия при перестановке местами большей и меньшей массы. На основании этого можно сказать, что малые массы, число которых заведомо много больше числа звезд, вносят определяющий вклад в интенсивность гравитационно рассеянного света в галактике.

В таблице 2 приведены полученные при моделировании максимальные значения усиления дополнительного источника  $S_3$ , образованного двумя массами  $M_1 = M_2 = 1 M_{\odot}$ , которое достигается вблизи точек A и B (рис. 2), при различных расстояниях  $\rho$  от направления на источник. Здесь также приведены величины относительного усиления источника  $S_3$  по сравнению с суммарным усилением двух одиночных линз  $q_0 = 2 (l/\rho)^4$ , расположенных в одной плоскости (h = 0) на том же расстоянии от оси.

Очевидно, что для протяженной среды, содержащей большое количество масс, с учетом осевой симметрии с ростом  $\rho$  всегда найдется такое значение  $\rho_0$ , при котором расстояние d (основание треугольника  $AM_2B$ ) достигнет среднего расстояния между звездами  $d = d_0$ . Вне цилиндра радиусом  $\rho_0 \approx (L/h) \, d_0$ , вклад в блеск компонента квазара (с учетом малых масс) определится в основном свечением дополнительных источников  $S_3$ , которые отсутствуют в тонкой среде. Как следует из таблицы 2, максимальное усиление источников  $S_3$ , образованных последовательным прохождением света вблизи двух масс, с ростом  $\rho$  убывает почти как  $\rho^{-2}$  (произведение  $q_{\max}\times (\rho/\tilde{l})^2$  почти не меняется в широких пределах). Таким образом, можно утверждать, что блеск источников S<sub>3</sub>, возникающих только в толстой среде, убывает значительно более медленно, чем блеск источников  $S_1$  и  $S_2$  в тонкой среде (порядка  $\rho^{-4}$ ).

Максимальное значение расстояния  $\rho/l = 10^4$ , приведенное в таблице 2, примерно соответствует диаграмме направленности 1.5-м телескопа, на



Рис. 3. Примеры изменения коэффициента усиления при смещении u массы  $M_1$  относительно  $M_2$  при  $\rho = 700 \, l_{\odot}$  для разного соотношения масс линз (массы указаны в 1  $M_{\odot}$ ).



**Рис. 4.** Максимальное усиление  $q_{\max}$  в зависимости от толщины галактики h при  $\rho = 4730 \, l_{\odot} \, (0''.04)$ , массы указаны в 1  $M_{\odot}$ .

котором мы обнаружили отсутствие полного совпадения флуктуаций блеска компонентов квазара Q 2237+0305 в разных фильтрах [9, 10]. Это можно объяснить как зависимостью размера квазара от длины волны, так и различной диаграммой направленности для разных длин волн. На рис. 4 приведен график максимального усиления дополнительных источников в зависимости от толщины галактики для различных пар масс, расположенных на расстоянии от оси  $\rho = 0.04$  (соответствует дифракционному разрешению 3-м телескопа).

#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ранее было показано, что для протяженной среды (при случайном распределении масс в объеме галактики) можно ввести некий параметр — радиус цилиндра  $\rho_0$ , вне которого дополнительный вклад в блеск компонента квазара за счет малых масс определяется в основном свечением дополнительных источников, которые отсутствуют в тонкой среде. В типичном случае наблюдения гравитационно-линзированного квазара должна выполняться система неравенств:

$$\frac{R_q}{D_S} < \frac{\sqrt{2r_gL}}{L} < \frac{\rho_0}{L} < \frac{\lambda}{D} < \frac{2r_g}{R_*} \,,$$

где  $R_q/D_S$  — угловой радиус квазара;  $\sqrt{2r_gL}/L$  — угловой радиус кольца Эйнштейна;  $\lambda/D$  — угловое разрешение телескопа;  $2r_g/R_*$  — максимальный угол гравитационного отклонения лучей вблизи компактных масс, встречающихся в галактике.

При больших угловых размерах источника  $R_q/D_S$  усиление падает [3], в результате чего приращение блеска компонента квазара при смене диаметра телескопа не будет заметным. Большое значение параметра  $\rho_0/L \sim \lambda/D$  соответствует малой плотности масс в галактике, когда можно пренебречь рассеянием света на двух и более массах из-за малой вероятности их появления.

В этом случае можно считать галактику тонкой средой, в которой блеск удаленных источников убывает с расстоянием от оси как  $\rho^{-4}$ . Разность блеска на двух телескопах при такой плотности звезд в галактике будет минимальной, и ее можно считать практически ненаблюдаемой. При  $\lambda/D \sim 2r_g/R_*$  разность блеска на двух телескопах также незаметна, поскольку в тень звезды-линзы попадают почти все источники, составляющие рассеянный свет.

Интерес представляет только случай, когда  $ho_0/L \ll \lambda/D \ll 2r_a/R_*$ . В этом случае наиболее вероятными можно считать случайные источники, возникшие при прохождении лучей вблизи двух масс, одна из которых на несколько порядков меньше солнечной. Оценку разности блеска проведем для двух телескопов диаметром 3 м и 1.5 м. Источники, образованные двумя массами, находящимися на расстоянии  $\rho/l \approx 0''.04$  от оси, являются самыми слабыми источниками из всех тех, которые составляют блеск компонента квазара в 3-м телескопе. Они же являются самыми яркими из тех, которые соответствуют рассеянному свету для 3-м телескопа, и составляют дополнительный блеск компонента квазара на 1.5-м телескопе, т.е. до расстояния  $\rho/\tilde{l} \approx 0.000$ . Блеск вторичных источников падает с ростом  $\rho$  почти пропорционально  $\rho^{-2}$  (см. таблицу 2), а вероятность их появления растет примерно как  $\rho^2$ . Заменим все источники эквивалентными, блеск которых совпадает с блеском источников, расположенных на расстоянии 0".04. Согласно приведенному на рис. 4 графику, при толщине галактики  $h \sim 10^{22}$  см суммарный блеск эквивалентных источников S<sub>3</sub>, образованных с учетом малых масс, достигает единицы при числе масс  $10^{10} - 10^{11}$  на площади равной дифракционному разрешению 1.5-м телескопа  $(0''.08)^2$ .

Таким образом, можно считать, что при наблюдении на 1.5-м и 3-м телескопах должна возникнуть заметная разность блеска при плотности случайных источников, образованных двумя массами, порядка 10<sup>13</sup> на квадратную секунду дуги. Напомним, что плотность только звезд солнечной массы, в галактике системы Q 2237+0305 без учета субзвезд, составляет примерно 10<sup>10</sup> на квадратную секунду дуги. Поэтому возникновение такого числа случайных источников, созданных с участием планетных масс, при многократном рассеянии можно считать вполне реальным. Полученные оценки, сделанные лишь по порядку величины, естественно, должны быть проверены непосредственными наблюдениями. К сожалению, провести специальные, практически синхронные, наблюдения гравитационно-линзированного квазара на двух достаточно крупных телескопах разного диаметра является непростой задачей. Использовать для этой цели телескопы значительно меньшего диаметра нецелесообразно, поскольку максимальный угол гравитационного отклонения лучей для малых масс в этом случае окажется  $2r_g/R_* \sim \lambda/D$ , что приведет к значительному уменьшению ожидаемого эффекта.

В заключение отметим, что рассмотренный в настоящей статье эффект зависимости гравитационного усиления от диаграммы направленности телескопа может вполне объяснить возникновение известных цветовых отличий в наблюдаемых кривых блеска квазара Q 2237+0305 [8–10, 14], которое обычно объясняют зависимостью характерного размера квазара от длины волны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. C. S. Kochanek Astrophys. J. 605, 58 (2004).
- В. Н. Дудинов, А. Е. Кочетов, Радиофиз. и радиоастрон. 18, 26 (2013).
- 3. П. В. Блиох, А. А. Минаков, *Гравитационные линзы* (Наукова думка, Киев, 1989).

- S. Deguchi and S. W. Watson, Astron. J. 307, 30 (1986).
- А. А. Минаков, В. Г. Вакулик, Статистический анализ гравитационного микролинзирования (Наукова думка, Киев, 2010).
- 6. А. В. Бялко, Астрон. ж. 46, 998 (1969).
- Л. Мандель, Э. Вольф, Оптическая когерентность и квантовая оптика (Физматлит, Москва, 2000).
- 8. A. Yonehara, H. Hirashita, and P. Richte, Astron. and Astrophys. **478**, 95 (2008).
- 9. V. G. Vakulik, R. E. Schild, V. N. Dudinov, et al., Astron. and Astrophys. **420**, 447 (2004).
- V. G. Vakulik, R. E. Schild, G. V. Smirnov, et al., Monthly Notices Royal Astron. Soc. 382, 819 (2007).
- 11. M. Jaroszynski and J. Skowron, Acta astronomica **56**, 171 (2006).
- A. I. Pisarenko, A. A. Yatsenko, V. A. Zakhozhay, Astronomy Reports 51, 605 (2007).
- 13. H. Erdl and P. Schneider, Astron. and Astrophys. **268**, 453 (1993).
- 14. A. Eigenbrod, F. Courbin, D. Sluse, et al., Astron. and Astrophys. **480**, 647 (2008).

# Analysis of Observations of Gravitationally Lensed Quasars

## V. N. Dudinov and E. A. Kochetov

The dependence of gravitational amplification on the telescope diameter allowing for the gravitational potential described in terms of action at a distance is shown here. We suggest using such an effect for estimation of the number of compact masses which occur successively on the quasar light passage way.

Keywords: gravitational lensing—methods: observational