

УДК 533.9:537.84

ВЛИЯНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ВЫСВЕЧИВАНИЕМ НА ДИСПЕРСИЮ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

© 2015 Р. А. Бисенгалиев^{1*}, В. В. Мусцевой^{2**}

¹Калмыцкий государственный университет, Элиста, 358000 Россия

²Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, 344090 Россия

Поступила в редакцию 22 октября 2013 года; принята в печать 27 апреля 2015 года

В данной работе мы возвращаемся к тепловой неустойчивости Филда. Представлены результаты линейного анализа устойчивости в однородной среде с магнитным полем с учетом влияния нагрева и охлаждения высвечиванием. Показано, что учет высвечивания приводит к слабому затуханию звуковых и магнитозвуковых волн, а энтропийная мода становится более неустойчивой. Причем энтропийная мода неустойчива при любых длинах волн. Это верно для функции охлаждения высвечиванием, растущей не быстрее, чем T^2 .

Ключевые слова: неустойчивости — волны

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] мы сообщали, что развитие волноводно-резонансной центробежной МГД-неустойчивости во вращающемся цилиндрическом слое замагниченной плазмы способно в принципе приводить к трансформации этого слоя в конфигурацию, подобную наблюдаемым солнечным магнитным аркадам. Однако в [1] мы рассмотрели адиабатический случай и не учитывали эффекта динамического охлаждения высвечиванием. В то же время наблюдения показывают (см., например, видео со спутника TRACE: <http://trace.lmsal.com/POD/>) наличие интенсивного высвечивания именно на стадии фрагментации обсуждаемого слоя на отдельные арки.

Нами в [2–4] было показано, что учет динамического охлаждения высвечиванием приводит к развитию радиативно-диссипативной неустойчивости при любых длинах волн. Этот эффект не исчезает и в несамогравитирующем случае однородной среды. При обобщении результатов работы [1] на неадиабатический случай и интерпретации волновых процессов, развивающихся в достаточно сложной системе, будет безусловно полезно опираться на результаты исследования влияния динамического охлаждения высвечиванием на дисперсию магнитозвуковых волн в однородной замагниченной плазме.

Отметим, что наше рассмотрение (как и [2–4]) будет сходно с проведенным в [5], однако мы не учитываем эффекта теплопроводности, считая его малым в сравнении с лучистым переносом энергии, и конкретизируем вид температурной зависимости функции охлаждения, ориентируясь на наиболее интересные для астрофизических приложений случаи.

Необходимость такого возвращения к результатам работы Филда [5] продиктована тем, что, к сожалению, многие исследователи, ссылаясь на тепловую неустойчивость, зачастую не вполне понимают ни ее физический механизм, ни к возбуждению каких именно возмущений она приводит. Мы постараемся сделать изложение предельно прозрачным, и в этом смысле наша работа имеет во многом методический характер.

2. РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В связи со сказанным выше, мы проведем рассмотрение в рамках наиболее простой стационарной модели однородной бесконечно протяженной покоящейся замагниченной сжимаемой среды (плотность $\rho_0 = \text{const}$, адиабатическая скорость звука $c_s = \text{const}$, скорость среды $V_0 = 0$). Магнитное поле считаем однородным и направленным вдоль оси z декартовой системы координат: $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$.

*E-mail: rinus5637@mail.ru

**E-mail: vvmusts@mail.ru

Исходной является следующая система уравнений МГД:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho \mathbf{V}^2}{2} + \rho \varepsilon + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) + \operatorname{div} \left\{ \rho \mathbf{V} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} + \varepsilon + \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{4\pi} [\mathbf{B}[\mathbf{V}\mathbf{B}]] \right\} = \rho q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \frac{1}{8\pi\rho}\nabla\mathbf{B}^2 + \frac{1}{4\pi\rho}(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = (\mathbf{B}\nabla)\mathbf{V} - (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{B} - \mathbf{B} \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (4)$$

Среду моделируем вязким сжимаемым идеальным газом с уравнением состояния, которое можно выписать в одной из эквивалентных форм:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{c_s^2}{\gamma} = (\gamma - 1)\varepsilon = \frac{R}{\mu}T, \quad (5)$$

где P — давление, γ — показатель адиабаты, ε — плотность внутренней энергии, R — универсальная газовая постоянная, μ — молярная масса вещества, T — абсолютная температура среды, $c_s^2 = (\partial P/\partial \rho)_S$ — квадрат адиабатической скорости звука, S — удельная энтропия единицы объема среды.

Как видно из (1), мы учитываем возможность охлаждения газа высвечиванием ($q < 0$), либо его нагрева внешним излучением ($q > 0$), где $q = \Gamma - \rho\Lambda$ — количество энергии, поглощаемое единицей массы вещества в единицу времени, $\Gamma = \Gamma(T)$ — функция нагрева, $\Lambda = \Lambda(T)$ — функция охлаждения, зависящие только от температуры T . Эффектом теплопроводности пренебрегаем, считая его малым по сравнению с двумя указанными.

Вычитая из уравнения (1) уравнение непрерывности (4), домноженное на $\mathbf{V}^2/2 + \varepsilon$, уравнение Эйлера (2), умноженное на $\rho\mathbf{V}$, уравнение индукции (3), домноженное слева на $\mathbf{B}/4\pi$, и используя тождества векторного анализа, получаем уравнение только для внутренней энергии:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\varepsilon + (\gamma - 1)\varepsilon \operatorname{div} \mathbf{V} = q. \quad (6)$$

Недостающее уравнение для замыкания системы (2)–(6) мы получим, выбирая уравнение состояния в виде $P = P(\rho, S)$ и вычисляя полную производную по времени:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho \frac{dS}{dt} \\ &= c_s^2 \frac{d\rho}{dt} + \frac{P_0}{c_v} \frac{dS}{dt} = c_s^2 \frac{d\rho}{dt} + (\gamma - 1)\rho_0 \frac{T_0}{T} q. \end{aligned} \quad (7)$$

При вычислениях в (7) учтено, что $S = c_v \ln(P/\rho^\gamma)$, $c_P - c_v = R/\mu$, $\gamma = c_P/c_v$, тот факт, что $dS/dt = q/T$, и уравнение состояния идеального газа в виде $P = R\rho T/\mu$. Индексом «0» помечены начальные равновесные стационарные значения величин.

Таким образом, последнее уравнение системы имеет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)P = c_s^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\rho \right] + (\gamma - 1)\rho_0 \varepsilon_0 \frac{q}{\varepsilon}. \quad (8)$$

Подчеркнем особо, что здесь и везде далее $c_s^2 = \gamma(\gamma - 1)\varepsilon_0 = \text{const}$.

Для рассматриваемой однородной модели в стационарном случае ($\partial/\partial t \equiv 0$) уравнения (2)–(4) удовлетворяются тождественно.

Зависимость интегральной (по всем спектральным линиям) функции охлаждения $\Lambda(T)$ для межзвездной среды и для фотоионизованного газа хорошо исследована и приводится, например, в работах [6, 7]. Поскольку при проведении линейного анализа устойчивости изменение температуры происходит в узком диапазоне вблизи ее равновесного значения, практически всегда эту зависимость с хорошей степенью точности можно аппроксимировать степенными функциями. Будем считать, что выполняется: $\Lambda(T) = \Lambda(\varepsilon) = C_\Lambda \varepsilon^c$, где C_Λ — нормировочная постоянная (очевидно, что даже размерность C_Λ изменяется вместе с изменением показателя степени $c = c(\varepsilon)$ в зависимости от рассматриваемого температурного диапазона; также очевидно, что $c(\varepsilon) = d \lg \Lambda / d \lg T$, см. рис. 1). Аналогично полагаем, что $\Gamma(T) = \Gamma(\varepsilon) = C_\Gamma \varepsilon^h$.

Как следует из (6), (8), для осуществления стационарного баланса необходимо выполнение $q_0 = \Gamma_0 - \rho_0 \Lambda_0 = 0$. Это означает, что выполняется

$$C_\Gamma = C_\Lambda \rho_0 \varepsilon_0^{c-h}. \quad (9)$$

Следует заострить внимание на том, что уравнение термического равновесия (9) сильно «ужесточает» равновесное уравнение состояния (5), обычно связывающее любые три термодинамические

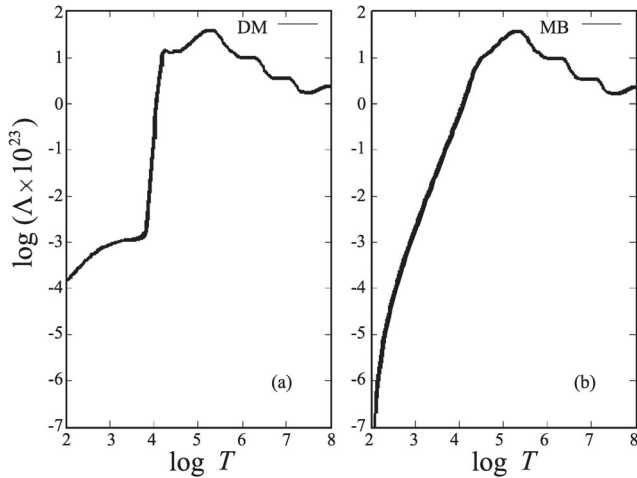


Рис. 1. Температурные зависимости интегральной (по всем спектральным линиям) функции охлаждения высвечиванием $\Lambda = \Lambda(T)$ для межзвездной среды, насыщенной металлической пылью (а), и оптически прозрачного фотоионизованного газа (б). Рисунок заимствован из работы [7].

величины. Действительно, используя (9), получаем:

$$P_0 = (\gamma - 1) \frac{C_\Gamma}{C_\Lambda} \varepsilon_0^{1+h-c(\varepsilon_0)}. \quad (10)$$

Именно из-за этого и возникает часто упоминающийся при обсуждении тепловой неустойчивости Филда [5] вандерваальсовский вид зависимости $p(\rho)$ для идеального газа с уравнением состояния (5). При этом, как следует из (9)–(10), изохорический процесс имеет место, если $c = h$, изобарический — если $c = h + 1$, изотермический — если $|h - c| \rightarrow \infty$. Условием «адиабатического» процесса является $c = h - (\gamma - 1)^{-1}$.

3. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ И ЗАКОН ДИСПЕРСИИ

Применяем стандартную процедуру линеаризации, для чего все величины представляем в виде: $f(\mathbf{r}, t) = f_0 + \tilde{f}(\mathbf{r}, t)$, где $|\tilde{f}| \ll f_0$, и пренебрегаем квадратичными по малым возмущениям слагаемыми (при вычислении q используем (9) и следствие разложения в ряд: $(1 + x)^n \simeq 1 + nx$ для $|x| \ll 1$); из (2)–(6) и (8) получаем:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{P} - \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \nabla \tilde{b}_z + \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial t} = B_0 \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial z} - B_0 \mathbf{e}_z \operatorname{div} \tilde{\mathbf{v}}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \tilde{\mathbf{v}} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + (\gamma - 1) \varepsilon_0 \operatorname{div} \tilde{\mathbf{v}} = C_\Lambda \rho_0 \varepsilon_0^c \left[(h - c) \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = c_s^2 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + (\gamma - 1) C_\Lambda \rho_0^2 \varepsilon_0^c \left[(h - c) \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \right], \quad (15)$$

Поскольку система (11)–(15) однородна по пространственным координатам и времени, ищем решение в виде гармоник плоских волн (нормальных мод): $\tilde{f}(\mathbf{r}, t) = \hat{f} \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$, где $\hat{f} = \text{const}$ — комплексная амплитуда возмущений, \mathbf{k} — волновой вектор, для квадрата которого выполняется $\mathbf{k}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, ω — комплексная частота возмущений; наличие $\operatorname{Im} \omega > 0$ — инкремента — означает развитие неустойчивости. Последовательное исключение неизвестных приводит к дисперсионному уравнению:

$$\omega^4 - k^2 \left(c_s^2 \frac{N}{\gamma} + U_0^2 \right) \omega^2 + k_z^2 U_0^2 k^2 c_s^2 \frac{N}{\gamma} = 0, \quad (16)$$

где:

$$N = \frac{\gamma \omega - i(h - c + 1) \omega_\Lambda}{\omega - i(h - c) \omega_\Lambda}, \quad (17)$$

$$\omega_\Lambda = C_\Lambda \rho_0 \varepsilon_0^{c-1}.$$

Заметим, что введенное здесь обозначение характерного обратного времени охлаждения высвечиванием ω_Λ в γ раз отличается от употреблявшегося в [4].

Уравнение (16) описывает пять мод колебаний среды — две ветви быстрых магнитозвуковых волн (БМЗВ), две медленных магнитозвуковых (ММЗВ) и одну энтропийную. В этом нетрудно убедиться, если положить в (16) $\omega_\Lambda = 0$; при этом энтропийная мода оказывается вырожденной — для нее $\omega \equiv 0$, а (16) переходит в классический закон дисперсии БМЗВ и ММЗВ в однородной среде, находящейся в однородном же магнитном поле:

$$\omega^4 - k^2 (c_s^2 + U_0^2) \omega^2 + k_z^2 U_0^2 k^2 c_s^2 = 0. \quad (18)$$

Если же магнитное поле отсутствует ($U_0 = 0$), то из (16) следует:

$$\omega^2 - k^2 c_s^2 \frac{N}{\gamma} = 0 \quad (19)$$

или

$$\omega^3 - i \omega_\Lambda (h - c) \omega^2 - k^2 c_s^2 \omega + i \omega_\Lambda k^2 c_s^2 \frac{h - c + 1}{\gamma} = 0. \quad (20)$$

С точностью до принятых обозначений уравнение (20) представляет собой закон дисперсии волн в однородной среде с высвечиванием, полученный в [4] и описывающий две акустических и одну энтропийную моду колебаний среды.

Если, кроме того, еще и $\omega_\Lambda \rightarrow 0$ ($N \rightarrow \gamma$), то (19) и (20) переходят в обычный закон дисперсии звуковых волн в однородной среде.

Сделаем одно важное методическое замечание — уравнение (16) не описывает альфвеновские волны. Это происходит потому, что при вычислении дифференциальных комбинаций, содержащих оператор ∇ и векторы $\tilde{\mathbf{v}}$ или $\tilde{\mathbf{b}}$, мы домножаем соответствующее слагаемое на волновой вектор \mathbf{k} . Часть информации при этом теряется. Поскольку через два вектора всегда можно провести плоскость, предполагаем, что вектор \mathbf{k} лежит в плоскости (x, z) . Тогда из уравнений (11)–(12) получаем, в частности:

$$-\omega \tilde{v}_y = \frac{(\mathbf{kB}_0)}{4\pi\rho_0} \tilde{b}_y, \quad \tilde{b}_y = -\frac{(\mathbf{kB}_0)}{\omega} \tilde{v}_y, \quad (21)$$

откуда сразу следует закон дисперсии альфвеновских волн:

$$\omega = \pm \frac{(\mathbf{kB}_0)}{\sqrt{4\pi\rho_0}}. \quad (22)$$

Возникновение альфвеновских волн означает колебательное посылонное смещение среды как целого в направлении, перпендикулярном образованной векторами \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 плоскости, не приводящее к возникновению \tilde{P} , $\tilde{\rho}$ и $\tilde{\varepsilon}$. Это, безусловно, следствие идеальной постановки задачи для однородных среды и магнитного поля. Очевидно, что в присутствие границ ситуация будет изменяться, и альфвеновские волны будут взаимодействовать с этими границами с образованием БМЗВ, ММЗВ и энтропийных мод посредством возбуждения поверхностных волн (если только эти моды не будут затухающими в силу закона дисперсии).

Таким образом, законы дисперсии (16) и (22) описывают семь колебательных мод среды — две ветви БМЗВ, две ММЗВ, две альфвеновских и одну энтропийную. Недостающая восьмая мода — градиентная — оказывается вырожденной в силу рассмотрения однородной задачи.

4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНА ДИСПЕРСИИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для дальнейшей работы уравнение (16) удобно обезразмерить. Делим его на $k^3 c_s^3$ и вводим обозна-

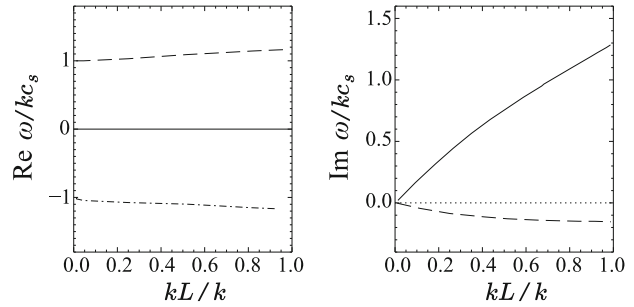


Рис. 2. Безразмерные фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и её относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от безразмерного обратного волнового числа ω_Λ/kc_s . Энтропийная мода — сплошные кривые, акустические — длинный штрих и штрихпунктир (кривые мнимых частей для акустических мод совпадают); пунктирной линией обозначено значение $\text{Im} z = 0$. Показатель степени c в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$ равен $1/2$.

чения:

$$\tilde{z} = \frac{\omega}{kc_s}, \quad R_\Lambda = \frac{\omega_\Lambda}{kc_s},$$

$$N = \frac{\gamma\tilde{z} - i(h-c+1)R_\Lambda}{\tilde{z} - i(h-c)R_\Lambda}, \quad (23)$$

$$a = \frac{U_0}{c_s}, \quad A = \frac{(\mathbf{k}, \mathbf{U}_0)}{kc_s} = a \frac{k_z}{k}.$$

Тогда из (16) получаем:

$$\tilde{z}^4 - \left(\frac{N}{\gamma} + a^2\right) \tilde{z}^2 + \frac{N}{\gamma} A^2 = 0. \quad (24)$$

Уравнение (24) — четвертой степени относительно комплексного неизвестного \tilde{z} ; мы исследуем его численно, итерационным методом Ньютона.

На рис. 2–6 мы приводим результаты этого исследования, проведенного для различных значений показателя степени c температурной зависимости функции охлаждения высвечиванием и магнитного поля B_0 .

В литературе наиболее часто используются три температурных зависимости функции охлаждения от температуры (для функции нагрева, очевидно, чаще всего выполняется $\Gamma \propto C(T - T_0)$, где C — удельная теплоемкость газа, T_0 и T — его начальная и текущая температура); как уже было сказано, такие зависимости следуют из приведенных в [6, 7] графиков (см. рис. 1) и, кроме того, непосредственно обсуждаются, например, в [8, 9]. Это связано, скорее всего, с приложениями результатов работ к струям из молодых звезд, либо галактик с активными ядрами. Для межзвездной среды при температурах $T < 10^3$ К с хоро-

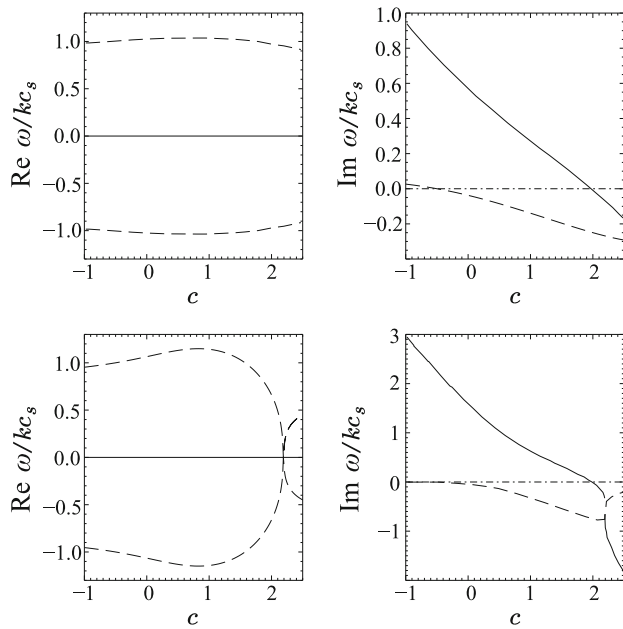


Рис. 3. Безразмерные фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и её относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от показателя степени c в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$. Характеризующий интенсивность высвечивания параметр $\omega_\Lambda/kc_s = 0.5$ (вверху) и $\omega_\Lambda/kc_s = 1.5$ (внизу). Магнитное поле отсутствует, $a \equiv 0$. Энтروпийная мода — сплошные кривые, акустические — длинный штрих (кривые мнимых частей для акустических мод совпадают); штрихпунктирной линией обозначено значение $\text{Im} z = 0$.

шей точностью можно полагать $c \simeq 1$, в диапазоне $10^3 \text{ K} \leq T \leq 10^5 \text{ K}$ выполняется $c \simeq 1/2$, а для фотоионизованного газа (например, сейфертовских галактик) при $10^4 \text{ K} \leq T \leq 5 \times 10^5 \text{ K}$ хорошей аппроксимацией является $c \simeq 5/2$. Отметим, однако, что высказанные утверждения сильно зависят от процентного содержания металлической пыли — при $T \simeq 10^4 \text{ K}$ оптически тонкая водородная плазма рекомбинирует и практически перестает терять энергию на излучение [8, 9].

В то же время, не меньший интерес представляет и температурный диапазон $7 \times 10^5 \text{ K} \leq T \leq 5 \times 10^6 \text{ K}$ и несколько больших температур. Безусловно, здесь возникают вопросы о применимости равновесной модели сплошной МГД-среды, но уж поскольку такие модели используются в литературе, небезынтересно проанализировать поведение в них волн в рамках принятых предположений.

В последнем указанном выше температурном диапазоне показатель степени $\Lambda(T)$ варьируется (в основном) от -1 до 0 [6–9]. Такой случай представляет определенный интерес для интерпретации

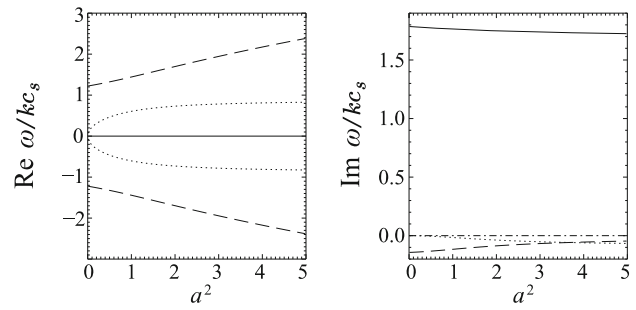


Рис. 4. Безразмерные фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и её относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от квадрата магнитного числа Маха $a^2 = U_0^2/c_s^2$. Характеризующий интенсивность высвечивания параметр $\omega_\Lambda/kc_s = 3$, угол α между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V}_0 равен 45° . Энтропийная мода — сплошные кривые, БМЗВ — длинный штрих, ММЗВ — пунктир (кривые мнимых частей как для БМЗВ, так и ММЗВ, распространяющихся в противоположных направлениях совпадают); штрихпунктирной линией обозначено значение $\text{Im} z = 0$. Показатель степени c в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$ равен $1/2$.

волновых процессов, протекающих в короне Солнца (в частности, в солнечных магнитных аркадах и солнечных корональных кавернах).

Руководствуясь указанными соображениями, в данной работе мы исследуем изменение закона дисперсии возмущений от показателя степени c в температурной зависимости $\Lambda(T) = C_\Lambda T^c$.

Наиболее простым и доступным для анализа физического механизма развивающейся радиативно-диссипативной неустойчивости случаем представляется ситуация немагнитной ($B_0 \equiv 0$) среды.

На рис. 2 мы приводим результаты численного исследования уравнения (24), проведенного для наиболее интересного в прикладном смысле температурного диапазона $10^3 \text{ K} \leq T \leq 10^5 \text{ K}$, наиболее близкого к наблюдаемому в газовых дисках галактик, когда выполняется $c \simeq 1/2$ [6–8].

Из полученных для данной ситуации результатов следует, что учет сколь угодно малого охлаждения высвечиванием приводит к тому, что неустойчивые решения существуют для любых длин волн возмущений (при $c < 2$). При этом неустойчивой оказывается энтропийная мода колебаний среды, являющаяся при $\Lambda = 0$ вырожденной ($\omega \equiv 0$). В рассматриваемом случае возмущения этой моды также, как и в классическом случае, оказываются «вмороженными» в среду (их фазовая скорость $v_{\text{phas}} = \text{Re} \omega/k = 0$), но нарастают во времени по амплитуде. Остальные две дисперсионные кривые

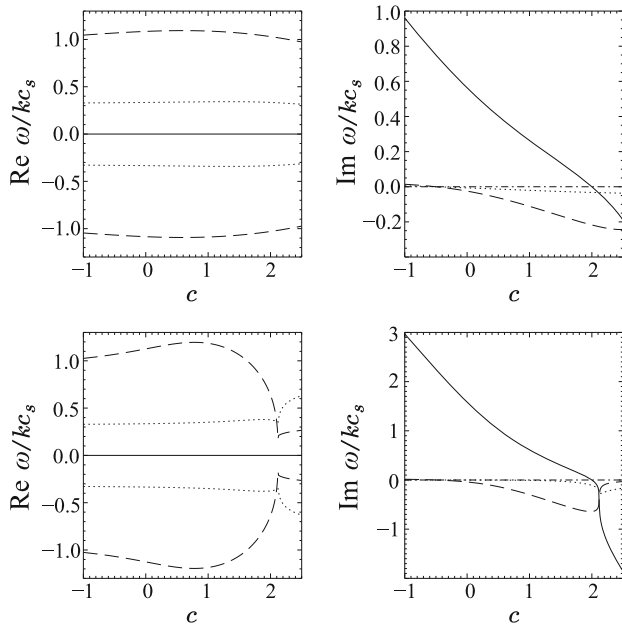


Рис. 5. Безразмерные фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и её относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от показателя степени c в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$. Магнитное число Маха $a = U_0/c_s = 0.5$, характеризующий интенсивность высвечивания параметр $\omega_\Lambda/kc_s = 0.5$ (вверху) и $\omega_\Lambda/kc_s = 1.5$ (внизу), угол α между векторами \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 равен 45° . Обозначения мод (кривые) аналогичны рис. 4.

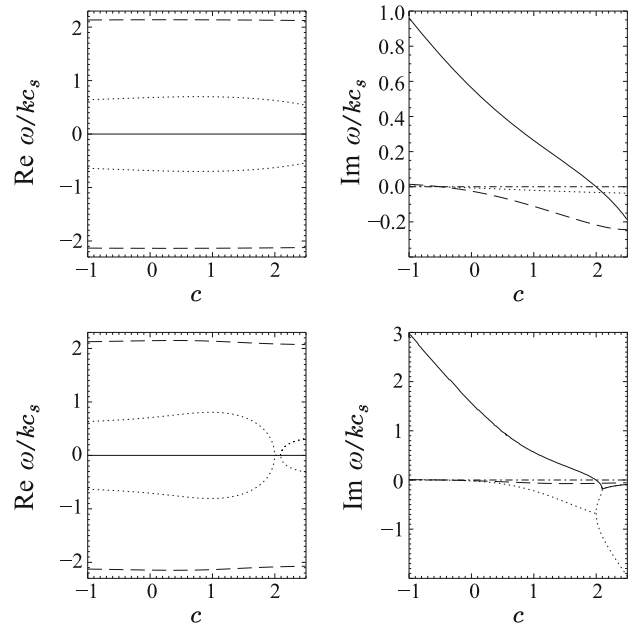


Рис. 6. Безразмерные фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и её относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от показателя степени c в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$. Магнитное число Маха $a = U_0/c_s = 2$, характеризующий интенсивность высвечивания параметр $\omega_\Lambda/kc_s = 0.5$ (вверху) и $\omega_\Lambda/kc_s = 1.5$ (внизу), угол α между векторами \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 равен 45° . Обозначения мод (кривые) аналогичны рис. 4.

при $-1/2 < c < 2$ отвечают затухающим акустическим модам с $\text{Re} \omega/k < 0$ и с $\text{Re} \omega/k > 0$ и с одинаковыми декрементами затухания. В температурном диапазоне, отвечающем убывающей функции охлаждения высвечиванием ($c < -1/2$), акустические моды становятся слабонеустойчивыми, однако их инкременты (также одинаковые) пренебрежимо малы по сравнению с инкрементом энтропийной моды.

Физическая причина неустойчивости — однозначно определяемый законом дисперсии сдвиг фаз между возмущениями внутренней энергии и давления с одной стороны и возмущениями плотности с другой. Из (11)–(15) в отсутствие магнитного поля $B_0 \equiv 0$ для акустических и энтропийной мод нетрудно получить связь между возмущенными функциями давления, плотности и внутренней энергии:

$$\frac{\tilde{p}}{P_0} = \gamma z^2 \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} = \frac{\gamma z^2}{\gamma z^2 - 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{\epsilon_0}. \quad (25)$$

Из (25) следует, что для акустических мод, для которых $z = 1 + \delta z$, где $|\delta z| \ll 1$, $\text{Re} z^2 > 0$, $\text{Re} \gamma z^2 - 1 > 0$, все возмущения почти синфазны —

повышение плотности приводит к повышению внутренней энергии и давления газа; волна ведет себя обычным образом. Для энтропийных мод $\text{Re} z = 0$, $z^2 < 0$, $\gamma z^2 - 1 < 0$, следовательно возмущения плотности находятся в противофазе с возмущениями давления и внутренней энергии; поэтому локальное повышение плотности приводит к понижению в этой области пространства давления и внутренней энергии газа, что оказывается энергетически выгодным в соответствии с принципом Ле Шателье–Брауна и нарастает во времени.

Эти рассуждения остаются в силе и для замагниченной ($B_0 \neq 0$) среды. Из (11)–(15) нетрудно получить связь:

$$\frac{\tilde{p}}{P_0} = N \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}. \quad (26)$$

Непосредственная проверка показала, что при $c < 2$ для возмущений энтропийной моды всегда выполняется $N < 0$.

При наличии в среде магнитного поля энтропийная мода колебаний среды при $c < 2$ также оказывается неустойчивой для любых длин волн возмущений в случае присутствия охлаждения высвечиванием. При этом существенно,

что неустойчивость этой моды не подавляется даже достаточно сильными магнитными полями — см. рис. 4. Как и в немагнитном случае, возмущения «вморожены» в среду (их фазовая скорость $v_{\text{phas}} = \text{Re } \omega/k = 0$), но нарастают во времени по амплитуде.

Как БМЗВ, так и ММЗВ при $-1/2 < c < 2$ являются затухающими, их действительные части для тех и для других одинаковы по величине, но противоположны по знаку, а декременты затухания одинаковы как для БМЗВ, так и для ММЗВ (рис. 5–6). В температурном диапазоне, отвечающем убывающей функции охлаждения высвечиванием ($c < -1/2$), и БМЗВ, и ММЗВ, как и акустические моды в немагнитной среде, становятся слабонеустойчивыми, однако их инкременты (также попарно одинаковые) пренебрежимо малы по сравнению с инкрементом энтропийной моды.

Отметим, что мнимая часть частоты энтропийной моды меняет знак при $c = 2$ ($\text{Im } \omega > 0$ при $c < 2$ — инкремент, $\text{Im } \omega < 0$ при $c > 2$ — декремент). При этом становится равным нулю коэффициент $h - c + 1$ в числителе (17). Так как для этой моды всегда $\text{Re } \omega = 0$ (возмущения «вморожены» в среду и изменяются только по амплитуде), то при $\text{Im } \omega = 0$ выполняется $N = 0$, и уравнение (16) удовлетворяется тождественно (при любых параметрах, характеризующих интенсивность высвечивания, величину и направление магнитного поля, длину волны).

Поведение дисперсионных кривых при $c > 2$ является достаточно сложным, но в любом случае они отвечают затухающим возмущениям. Проведение подробного анализа для этого случая не имеет особого смысла. Как указано в [10], если нарастающие во времени решения, полученные для идеальной среды, являются предельным случаем решений полных (с учетом вязкости) уравнений при стремлении к нулю коэффициента вязкости, то для затухающих решений это не так.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при отсутствии других механизмов энергетической подпитки возмущений обсуждаемая радиативно-диссипативная неустойчивость исчезает, если температурная зависимость функции охлаждения высвечиванием растёт быстрее, чем T^2 , и все возмущения должны затухать. Для оптически прозрачного фотоионизованного газа это происходит при $T < 3 \times 10^4$ К, а для насыщенной металлической пылью межзвездной среды — в температурном диапазоне 7×10^3 К $\leq T \leq 2 \times 10^4$ К.

Во всех остальных случаях как замагниченная, так и немагнитная однородная газовая

сжимаемая среда, одновременно подверженная нагреву и охлаждению высвечиванием, неустойчива; рассмотренная неустойчивость имеет место не для акустических или магнитоакустических волн, а развивается на энтропийной моде и имеет характер радиативно-диссипативной неустойчивости волн отрицательной плотности энергии.

Конечным итогом развития такой неустойчивости, в полном соответствии с результатами работы Филда [5], должна являться фрагментация изначально однородной покоящейся среды на горячую ($T \simeq 10^4$ К) разреженную однородную фазу и холодные ($T \leq 10^2$ К) покоящиеся в ней сгустки-облака, находящиеся с ней в балансе по давлению. Для более горячей среды (5×10^4 К $\leq T$) развитие обсуждаемой неустойчивости должно, в принципе, приводить к образованию фрагментов с температурой $T \simeq (1-3) \times 10^4$ К, находящихся в настолько «горячей» и разреженной плазме, что ее уже нельзя описывать в рамках модели сплошной среды.

Наши результаты однозначно свидетельствуют о безусловной необходимости учета эффекта динамического охлаждения высвечиванием при анализе устойчивости вращающихся магнитных жгутов, всплывающих из подфотосферных слоев в хромосферу и в корону Солнца. В первой ситуации температура вещества в жгуте $T \simeq 7 \times 10^5$ К; рассмотрение этого случая интересно для выявления причин формирования наблюдаемой структуры солнечных магнитных аркад. Во второй ситуации для вещества жгута характерна температура $T \simeq 10^6$ К; этот случай представляет интерес для прояснения процессов, протекающих в корональных кавернах. И в том, и в другом случае должна развиваться значительная радиативно-диссипативная неустойчивость энтропийной моды, поскольку при указанных температурах $c \leq 1/2$.

В силу крайней упрощенности модели результаты нашей работы, безусловно, не могут быть применены для описания какого-либо астрофизического объекта непосредственно, однако, как представляется, они будут полезны при предварительной оценке степени необходимости учета эффекта охлаждения высвечиванием и при интерпретации результатов анализа устойчивости, полученных для более сложных моделей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена по заданию Минобрнауки РФ, рег. номер 214692011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. A. Bisengaliev and V. V. Mustsevoy, *Astronomy Reports* **54**, 465 (2010).
2. Г. Х. Бембинова, В. В. Мусцевой, в *Сб. тр. II регион. научно-практич. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики»* (Изд-во КалмГУ, Элиста, 2011), р. 36.
3. Г. Х. Бембинова, В. В. Мусцевой, в *Сб. тр. II регион. научно-практич. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики»* (Изд-во КалмГУ, Элиста, 2011), р. 42.
4. В. В. Мусцевой, в *Сб. тр. II регион. научно-практич. конф. «Актуальные проблемы современной физики и математики»* (Изд-во КалмГУ, Элиста, 2011), р. 47.
5. G. B. Field, *Astrophys. J. Suppl.* **142**, 531 (1965).
6. M. L. Norman and J. M. Stone, *Astrophys. J. Suppl.* **483**, 121 (1997).
7. J. MacDonald and M. E. Bailey, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **197**, 995 (1981).
8. С. Б. Пикельнер, *Происхождение и эволюция галактик и звезд* (Наука, Москва, 1976), р. 408.
9. Н. Г. Бочкарев, *Основы физики межзвездной среды* (Изд-во МГУ, Москва, 1991).
10. Ц. Ц. Линь, *Теория гидродинамической устойчивости* (ИИЛ, Москва, 1958).

Effect of Radiative Cooling on Wave Dispersion in a Homogeneous Medium with a Magnetic Field

R. A. Bisengaliev and V. V. Mustsevoy

Field's instability is revisited, and the results of a linear analysis of stability in a homogeneous medium with a magnetic field with allowance for radiative heating and cooling are reported. The allowance for cooling is shown to result in weak damping of acoustic and magnetoacoustic waves, and the instability of the entropy mode. Moreover, the entropy mode proves to be unstable at all wavelengths. This conclusion is shown to be true for the radiative cooling functions growing no faster than T^2 .

Keywords: *instabilities—waves*