УДК 520.353:520.88

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОРБИТАЛЬНЫХ И НАЗЕМНЫХ СПЕКТРОГРАФОВ СКРЕЩЕННОЙ ДИСПЕРСИИ

# © 2016 М. В. Юшкин<sup>\*</sup>, Т. А. Фатхуллин, В. Е. Панчук

Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, 369167 Россия Поступила в редакцию 30 октября 2015 года; принята в печать 28 июня 2016 года

В работе представлены методика и алгоритм численного моделирования спектральной аппаратуры высокого разрешения. Программная реализация выполнена на языке C++ с использованием технологии nVidia CUDA. Приводятся результаты моделирования эшелле-спектрографов нового поколения, работа над созданием которых ведется в настоящее время. В качестве проверки алгоритмов построения математической модели даны результаты моделирования спектрографа HЭC 6-метрового телескопа БТА. Сравнение синтетических и реальных изображений спектров, получаемых на HЭC свидетельствует о хорошем соответствии между построенной моделью и экспериментальными данными.

Ключевые слова: инструменты:спектрографы — методы:численные — методики: спектроскопические

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Астрофизический эксперимент обобщенно можно представить как последовательный процесс, этапами которого являются постановка научной задачи, проектирование и изготовление аппаратуры для ее решения, разработка методов и математического аппарата обработки полученных данных, и, наконец, проведение наблюдений и анализ результатов. Успех и результативность во многом определяются тем, насколько хорошо согласованы этапы процесса: от контроля заложенных проектных параметров прибора и его калибровки, до собственно наблюдений и анализа данных. Автоматизация управления телескопами и приборами, улучшение качества приемников излучения, благодаря совершенствованию технологий, способствуют повышению эффективности наблюдений. Стремительное развитие современных вычислительной мощностей делает возможным максимально реалистичное моделирование астрономических инструментов с предельно полным учетом физических законов, лежащих в основе их работы. Это, в свою очередь, позволяет проводить качественный контроль изготовления. Например, в случае спектрографов — контролировать качество сборки и юстировки прибора, используя оптическую модель, которая может служить и начальным приближением в процессе обработки данных. Такой контроль изготовления прибора особенно

Практика показывает, что при построении численной модели того или иного спектрального инструмента в каждом отдельном случае решается свой комплекс проблем, исходя из конкретной задачи.

При создании спектрографа, работающего на принципе скрещенной дисперсии, для 3.9-м Англоавстралийского телескопа ААТ кроме расчетов оптики были выполнены расчеты вариантов перезаполнения диспергирующего элемента, что позволило эффективно подстраивать геометрию входа в спектрограф в зависимости от качества звездных изображений [2, 3] и увеличить световую эффективность прибора без потери спектрального разрешения.

В ходе использования эшелле-спектрографа в задаче поиска первых экзопланет на 3-м телескопе Ликской обсерватории была разработана новая техника определения инструментального профиля, при этом учитывались вариации инструментального профиля по кадру спектрального изображения [4].

Для массового поиска экзопланет были созданы целевые инструменты умеренного диаметра, и потребовалось измерять доплеровские смещения на спектрах с величиной отношения сигнал/шум S/N > 1, до 0.3 [5]. Эта задача была решена путем

важен для космических миссий. Вероятно, наиболее наглядным и исторически первым примером эффективного использования оптической модели служит космический телескоп имени Хаббла (см., например, [1]).

<sup>\*</sup>E-mail:maks@sao.ru

моделирования кросс-корреляционной техники измерения доплеровских смещений.

При разработке алгоритмов оптимальной экстракции спектров для спектрографа UVES (VLT, ESO) была создана математическая модель спектрографа, отработанная предварительно на спектрографе CASPEC (3.6 m, ESO) [6].

После обнаружения рассогласования наземных и орбитальных калибровок спектрографа COS (HST), была построена математическая модель прибора с учетом ранее созданной модели телескопа [7], что позволило усовершенствовать систему обработки данных [8].

# 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Задачи, решаемые при моделировании спектрографов, прежде всего вытекают из технического задания на прибор, расчета геометрических границ градиентных покрытий для оптимизации квантового выхода в каждом из поддиапазонов, контроля сборки и юстировки макетного и штатного образцов, а также калибровки и разработки методов обработки полученных данных. В нашем случае необходимо, во-первых, исходя из параметров оптической схемы, выполнить расчет реального положения спектральных порядков на приемнике (модель должна максимально точно предсказывать кривизну порядков и наклон спектральных линий в них), во-вторых, рассчитать энергетическую эффективность с учетом покрытий оптических элементов, параметров дифракционных решеток и квантового выхода приемника, и, в-третьих, смоделировать выходной ПЗС-кадр для набора входного спектра источника. Существует несколько методов решения этих задач (см., например, работу [6]). В основе нашей математической модели лежит процедура трассировки лучей.

#### 2.1. Трассировка лучей в спектрографе

Выберем некоторую опорную декартову систему координат  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ . В задачах трассировки принято в качестве параметров луча использовать координаты точки  $\bar{P}_0 = (\bar{X}_0, \bar{Y}_0, \bar{Z}_0)$ , через которую проходит данный луч в системе координат  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ , и его направляющие косинусы  $(\bar{k}, \bar{l}, \bar{m})$  [9]. Оптические поверхности задаются соответствующими уравнениями вида F(X, Y, Z) = 0в системе координат (X, Y, Z), в которой вершина поверхности совпадает с началом координат (см. рис. 1 в работе [9]). Тогда, следуя работе [9], можно разделить задачу трассировки на следующие шаги:

1) преобразование координат луча и его направляющих косинусов из координатной системы  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$  в (X, Y, Z); 2) поиск точки пересечения луча и данной поверхности с учетом ограничений по габаритным размерам;

3) расчет изменения направления луча в результате отражения, преломления или дифракции в случае решетки;

4) повтор шагов 1)-3).

#### 2.1.1. Преобразование координат

Преобразование координат из одной системы в другую можно представить как процесс переноса начала исходной системы и ее вращение. Тогда координаты и направляющие косинусы точки  $\bar{P}_0$  в системе (X, Y, Z) вычисляются посредством выражения:

$$\begin{pmatrix} X_{0} \\ Y_{0} \\ Z_{0} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \bar{X}_{0} - \bar{x}_{0} \\ \bar{Y}_{0} - \bar{y}_{0} \\ \bar{Z}_{0} - \bar{z}_{0} \end{pmatrix}$$
(1)

И

$$\begin{pmatrix} k\\l\\m \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \bar{k}\\\bar{l}\\\bar{m} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где  $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$  — координаты начала системы координат (X, Y, Z) в системе  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ , а R — матрица вращения размерности  $3 \times 3$ , которая является произведением элементарных матриц вращения:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0\\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta\\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \times (3)$$
$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha\\ 0 & 1 & 0\\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot$$

Знаки углов в элементарных матрицах в выражении (3) мы выбрали такими же, как у Спенсера и Мёрти [9] (см. рис. 2 в указанной работе).

#### 2.1.2. Уравнения оптических поверхностей

Уравнения оптических поверхностей в сформулированной выше проблеме трассировки лучей удобно выбрать в канонической форме F(X, Y, Z) = 0. В задачах проектирования оптических схем наиболее часто встречается класс поверхностей, симметричных относительно оси вращения. Кроме того, эти поверхности образованы вращением кривых так называемого класса конических сечений: окружность, парабола, гипербола и эллипс. Выберем осью симметрии ось Z. Тогда такие поверхности можно представить в виде следующего уравнения:

$$F(X, Y, Z) = Z - \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{(1 - kc^2\rho^2)}} - \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho^{2i} = 0,$$
(4)

где  $\rho = X^2 + Y^2$ ; c = 1/R, если R — радиус кривизны поверхности, k — квадрат эксцентриситета, а коэффициенты  $\alpha_i$  — известные числа. В своей модели оптические поверхности, удовлетворяющие уравнению (4), мы определяли как класс конических.

Класс поверхностей типа «тор» можно определить следующим образом. Положим, что такая поверхность генерируется вращением кривой Z = f(Y), определенной в плоскости YZ, вокруг прямой, параллельной оси Y. Эта прямая пересекает ось Z на расстоянии R от начала координат. Тогда сечение такой поверхности плоскостью, параллельной XZ, будет окружностью с радиусом R - f(Y) и центром в точке  $O_c = (0, 0, R)$ . В этом случае окончательное уравнение для поверхности типа «тор» принимает следующий вид:

$$F(X,Y,Z) = Z - f(Z) -\frac{1}{2}c_R(X^2 + Y^2 - f^2(Y)) = 0,$$
(5)

где  $c_R = 1/R$ , а функцию f(Y) можно выбрать в виде класса конических сечений:

$$f(Y) = \frac{cY^2}{1 + \sqrt{1 - kc^2Y^2}} + \sum_{j=1}^N \alpha_j Y^{2j}.$$
 (6)

#### 2.1.3. Нахождение точки пересечения

Запишем параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку  $(X_0, Y_0, Z_0)$  и совпадающей с траекторией распространения данного луча (с направляющими косинусами (k, l, m)) в оптической схеме:

$$X = X_0 + ks, \ Y = Y_0 + ls, \ Z = Z_0 + ms, \quad (7)$$

где *s* — параметр расстояния вдоль луча от точки  $(X_0, Y_0, Z_0)$  до некоторой точки на поверхности *S*, описываемой функцией вида F(X, Y, Z) = 0 и определенной в разделе 2.1.2. Напомним, что начало координат совпадает с вершиной *S*, а ось *Z* является осью симметрии *S*. Наша задача сводится к поиску такого *s*, при котором одновременно выполняются уравнения (7) и (4) или (5). Для решения предварительно определим точку пересечения луча и плоскости *Z* = 0. Обозначив требуемое расстояние как *s*<sub>0</sub>, из уравнения (7) получаем:

$$s_0 = -Z_0/m,$$

$$X_1 = X_0 + ks_0, Y_1 = Y_0 + ls_0.$$
(8)

Тогда наша изначальная задача сводится к поиску параметра расстояния *s*, но уже из точки  $P = (X_1, Y_1, 0)$ . Перепишем уравнение (7) для точки *P*:

$$X = X_1 + ks, Y = Y_1 + ls, Z = ms.$$
 (9)

Подставляя уравнения (9) в (4) или (5) и разрешая их относительно *s*, мы получим точку пересечения данного луча с поверхностью *S*. Однако в общем виде задача не имеет аналитического решения, поэтому, следуя работе Спенсера и Мёрти [9], мы применили итерационный метод. Для каждой итерации с индексом *j* можно записать:

$$s_{j+1} = s_j - \frac{F(X_j, Y_j, Z_j)}{F'(X_j, Y_j, Z_j)},$$
(10)

а из уравнения (9):

$$X_j = X_1 + ks_j, \ Y_j = Y_1 + ks_j, \ Z_j = ms_j.$$
 (11)

Выражение для производной функции F(X, Y, Z) принимает следующий вид:

$$F'(X, Y, Y) = \frac{dF}{ds_{s=s_j}}$$

$$= \frac{\partial F}{\partial x}k + \frac{\partial F}{\partial y}l + \frac{\partial F}{\partial z}m,$$
(12)

где частные производные вычисляются в точке  $(X_j, Y_j, Z_j)$ . Принимая в качестве начального приближения  $s_1 = 0$ , итерационный процесс прерывается, если выполняется неравенство:

$$|s_f - s_{f-1}| < \epsilon, \tag{13}$$

где  $\epsilon$  — малое число, выбираемое, исходя из требований к точности вычислений. Выбор начальной точки на плоскости Z = 0 гарантирует сходимость итерационного процесса. Действительно, параметр расстояния — по определению неотрицательное число, и в случае, если  $s_0$  окажется меньше 0 (что соответствует распространению луча в противоположном от поверхности направлении), точки

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ том 71 № 3 2016

пересечения данного луча и поверхности не существует. Другие редко реализуемые случаи обсуждаются в работе [9]. В результате итерационного процесса находим искомую точку пересечения  $P(X_f, Y_f, Z_f)$ , а также компоненты вектора нормали к поверхности в этой точке. По определению из дифференциальной геометрии они вычисляются как:

$$K = \frac{\partial F}{\partial x}, \quad L = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad M = \frac{\partial F}{\partial z}.$$
 (14)

На практике размеры оптических элементов имеют конечные размеры, поэтому завершающим шагом на данном этапе будет поиск точек пересечения, удовлетворяющих ограничениям оптической схемы. Наиболее часто оптические элементы имеют форму круга или прямоугольника, тогда условия пересечения лучами данного элемента Σ можно записать как:

$$P(X_f, Y_f, Z_f) \in \Sigma : X_f^2 + Y_f^2 \le R_{\Sigma}^2 \qquad (15)$$

для круглого элемента с радиусом  $R_{\Sigma}$  и:

$$P(X_f, Y_f, Z_f) \in \Sigma : -W_{\Sigma} \le X_f \le W_{\Sigma},$$
  
-H\_{\Sigma} \le Y\_f \le H\_{\Sigma} (16)

для прямоугольного с размерами половин сторон  $W_{\Sigma}$  и  $H_{\Sigma}$ . Конечно, данные условия справедливы только для симметричных относительно начала координат элементов, однако они легко преобразуются для более общего случая.

#### 2.1.4. Операции отражения, преломления и дифракции

В модели ход луча в оптической схеме параметризован в виде его координаты и направляющих косинусов, поэтому явления отражения, преломления и дифракции удобнее представить в векторной форме. В дальнейших рассуждениях<sup>1</sup> примем за S' и S, соответственно, единичные вектора преломленного и падающего луча с компонентами (k', l, 'm') и (k, l, m), а за N и N', соответственно, коэффициенты преломления в среде, из которой падает луч, и среде, где луч преломляется. Обозначим также вектор нормали к преломляющей поверхности в точке ее пересечения с данным лучом как r, а его компоненты как (K, L, M). Тогда, закон преломления можно сформулировать как:

$$N'\mathbf{S}' \times \mathbf{r} = N\mathbf{S} \times \mathbf{r}.$$
 (17)

Из уравнения (17) следует, что вектор преломленного луча равен:

$$S' = \mu S + \Gamma r, \qquad (18)$$

где  $\mu = N/N'$ . Разрешая это уравнения относительно  $\Gamma$  (см. работу [9]), получим квадратное уравнения вида:

$$\Gamma^2 + 2a\Gamma + b = 0, \tag{19}$$

коэффициенты которого равны

$$a = \frac{\mu(kK + lL + mM)}{K^2 + L^2 + M^2}$$
$$b = \frac{\mu^2 - 1}{K^2 + L^2 + M^2}.$$

В случае рефракции физически корректным корнем уравнения (19) будет больший из двух решений:

$$\Gamma = -a + \sqrt{a^2 - b}$$

Отметим, что при  $b > a^2$  уравнение (19) не имеет действительных корней, что соответствует случаю полного внутреннего отражения.

В случае отражения положим в уравнении (19)  $\mu = 1$ , тогда сразу получаем  $\Gamma = -2a$ , что является искомым решением.

В векторном виде обобщенное уравнение дифракции можно представить в виде (см. обсуждение в работе [9]):

$$\mathbf{S}' \times \mathbf{r} = \mu \mathbf{S} \times \mathbf{r} + \frac{n\lambda}{N'd} \mathbf{q}.$$
 (20)

Здесь  $\mu$  и N' определены выше, а n,  $\lambda$  и d соответственно обозначают номер порядка дифракции, длину волны и период решетки. Вектора r и q есть единичные вектора, соответственно, нормальный к поверхности и параллельный штрихам дифракционной решетки. Введем также единичный вектор p, который перпендикулярен штрихам. Заметим, что вектора p, q, r образуют правую тройку, то есть для них справедливо равенство  $q = -p \times r$ . Пусть  $\Lambda = n\lambda/N'd$ , тогда, из уравнения (20) получаем выражение для дифрагированного луча:

$$\mathbf{S}' = \mu \mathbf{S} - \Lambda \mathbf{p} + \Gamma \mathbf{r}.$$
 (21)

Разрешая это уравнения относительно Г (детали в работе [9]), получим выражение вида:

$$\Gamma^2 + 2a\Gamma + b' = 0, \qquad (22)$$

где a и b' определяется выражениями:

$$a = \frac{\mu(kK + lL + mM)}{K^2 + L^2 + M^2},$$
  
$$b' = \frac{\mu^2 - 1 + \Lambda^2 - 2\mu\Lambda(ku + lv + mw)}{K^2 + L^2 + M^2}$$

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ том 71 № 3 2016

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Здесь и далее символы, набранные жирным шрифтом обозначают векторные величины, а нормальным — скалярные.

(K, L, M) есть компоненты вектора r, а (u, v, w) — компоненты вектора p, которые рекурсивно вычисляются как (см. работу [9]):

$$u = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2/(L^2 + M^2)}},$$
  

$$v = -\frac{KLu}{L^2 + M^2},$$
  

$$w = -\frac{KMu}{L^2 + M^2}.$$

Уравнение (22) может иметь два или ни одного действительного корня. Второй случай обсуждался выше, тогда как первый соответствует решениям для отражательной или прозрачной решеток. Как и для преломления, физически корректным решением для прозрачной дифракционной решетки будет больший корень уравнения (22):

$$\Gamma_t = -a + \sqrt{a^2 - b'},$$

тогда как в случае отражательной — меньший:

$$\Gamma_r = -a - \sqrt{a^2 - b'}.$$

В завершение отметим, что векторная форма уравнения дифракции справедлива для произвольной формы поверхности, что позволяет проводить вычисления не только для плоских решеток, но и, как будет показано ниже, для вогнутых.

#### 2.2. Энергетическая эффективность

Задачу расчета энергетической эффективности можно разделить на два независимых этапа. Первый — вычисление потерь за счет отражений, рефракции на оптических поверхностях и потерь на приемнике излучения. Второй — расчет энергетической эффективности дифракционных решеток. Первое достаточно просто и сводится к перемножению значений кривых эффективности каждой поверхности на данной длине волны. Второе требует подробного описания. Модельный. приближенный к реально изготавливаемым устройствам, расчет энергетической эффективности как нарезных, так и объемно-фазированных голографических решеток — задача, вообще говоря, многопараметрическая и требующая значительных вычислительных мощностей. Наиболее реалистичные расчеты можно проводить в рамках теории электромагнитного поля, то есть прямым решением уравнений Максвелла с учетом реальной функции штриха (его формы и отклонения от идеальной), поляризации падающего излучения, конечности диэлектрической постоянной и т. п. (см., например, [10]). В своей модели мы использовали приближение геометрической оптики. Хотя такое приближение и идеализировано, однако при периодах решеток гораздо больше длины волны падающего излучения оно, с некоторыми оговорками, в общем соответствует реальному состоянию дел.

Итак, пусть  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и  $\delta$ , соответственно, углы падения в главной и перпендикулярной ей плоскостях решетки, угол дифракции и угол блеска решетки. Обозначим также как b, N,  $\lambda$  и m период решетки, количество штрихов на рабочей области, длину волны падающего излучения и порядок дифракции. Распределение энергии по углам дифракции, даваемое решеткой, можно представить в виде следующей функции (см., например, [11] и [12]):

$$I(\beta,\lambda) = AI_1(u)I_2(v), \qquad (23)$$

где A — некоторая константа, а функции  $I_1, I_2$  и их аргументы выражаются как

$$I_1(u) = \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad I_2(v) = \frac{\sin^2 N v}{\sin v};$$
$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \frac{\cos \beta}{\cos(\delta - \beta)} [\sin(\delta - \alpha) + \sin(\delta - \beta)], \quad (24)$$
$$v = \frac{\pi b}{\lambda} (\sin \alpha + \sin \beta) \cos \gamma.$$

Физически функции  $I_1$  и  $I_2$  имеют смысл, соответственно, распределения энергии при дифракции от одного штриха и аппаратной функции самой дифракционной решетки. Тогда выражение для энергетической эффективности решетки представим как отношения интегралов:

$$\tau(\lambda,m) = \frac{\int\limits_{\beta_1(\lambda)}^{\beta_2(\lambda)} I_1(u) I_2(v) d\beta}{\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} I_1(u) I_2(v) d\beta}.$$
 (25)

В данном выражении интеграл в числителе дроби представляет собой энергию излучения, дифрагированного в данном порядке с номером *m* на некоторой длине волны  $\lambda$ , а интеграл в знаменателе есть полная энергия дифрагированного излучения на некоторой длине волны  $\lambda$  во всем спектральном диапазоне (во всех спектральных порядках). Рассмотрим подробнее пределы интегрирования  $\beta_1(\lambda)$ и  $\beta_2(\lambda)$ . Вообще говоря, эффективность спектрального прибора можно определять как величину, отнесенную к элементу разрешения конечного детектора излучения или же к ширине аппаратной функции. В нашем случае мы определили эффективность именно как величину, отнесенную к аппаратной функции, определяемой шириной входной шели спектрографа, аберрациями оптической схемы и свойствами самой дифракционной решетки. Тогда величины  $\beta_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda)$  имеют смысл границ размеров аппаратной функции спектрографа, выраженных в угловых величинах. Заметим также, что эта аппаратная функция значительно шире (в нашем случае более чем на порядок) аппаратной функции самой решетки, определяемой, как сказано выше, величиной  $I_2(v)$ . Далее отметим некоторые важные обстоятельства относительно функций  $I_1(u)$  и  $I_2(v)$ . Легко показать, что

$$\int_{\substack{v\notin\Omega\\v\in\Omega}} I_2(v)dv \approx 0.015,$$
(26)

где  $\Omega$  обозначает область главного пика функции  $I_2(v)$ . Тогда с вполне достаточной точностью можно положить:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} I_2(v) dv \approx \sum_k \int_{\beta_1^k}^{\beta_2^k} I_2(v) dv, \qquad (27)$$

где k — количество главных максимумов функции  $I_2(v)$  в области  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Кроме того, важно, что функция  $I_1(u)$  в области главных максимумов функции  $I_2(v)$  меняется чрезвычайно медленно (см., например, [12]), и ее можно рассматривать в этой области как константу. Тогда, из теоремы о среднем и неотрицательности функции  $I_2(v)$ , имеем:

$$\tau(\lambda,m) = \frac{\int_{\beta_1(\lambda)}^{\beta_2(\lambda)} I_1(u)I_2(v)d\beta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} I_1(u)I_2(v)d\beta}$$

$$\approx \frac{I_1(u(\beta_m))\int_{\beta_1(\lambda)}^{\beta_2(\lambda)} I_2(v)d\beta}{\sum_{k_{\lambda}} I_1(u(\beta_k))\int_{\beta_1(\lambda)}^{\beta_2(\lambda)} I_2(v)d\beta}$$

$$\approx \frac{I_1(u(\beta_m))}{\sum_{k_{\lambda}} I_1(u(\beta_k))},$$
(28)

где  $\beta_k$  — углы дифракции в диапазоне во всех порядках, которые соответствуют данной длине волны, при которых функция  $I_2(v)$  имеет главные максимумы, а  $\beta_m$  — углы дифракции, соответствующие длинам волн в каждом порядке m.

Таким образом, общее выражение для энергетической эффективности всего спектрографа можно записать как

$$\tau(\lambda) = \tau_{CCD}(\lambda)\tau_E(\lambda, m)\tau_{CD}(\lambda)\prod_j [\tau_j(\lambda)], \quad (29)$$

где  $\tau_j$  — эффективность отражения или пропускания *j*-ой оптической поверхности,  $\tau_{CCD}$  квантовая эффективность приемника излучения,  $\tau_E$  и  $\tau_{CD}$  — эффективности решеток эшелле и кросс-дисперсера (в схемах скрещенной дисперсии), определяемые выражением (28).

# 2.3. Реализация

Программная реализация модели выполнена на языке С++ с использованием технологии nVidia CUDA<sup>2</sup>. Программный комплекс состоит из трех отдельных модулей: трассировки лучей, расчета эффективности и моделирования выходного ПЗС-кадра. В качестве входных данных для первого модуля используется описание оптической схемы прибора. Оно содержит проектные параметры оптических поверхностей: тип поверхности (зеркало, линза, дифракционная решетка, входная диафрагма и т.п.), класс поверхности (коническая или в форме тора), радиус (или радиусы для поверхностей класса «тор») кривизны, квадрат эксцентриситета и возможные коэффициенты полинома для асферических поверхностей, расстояния между вершинами поверхностей, их углы поворота вокруг осей координатной системы и габаритные размеры, параметры дифракционных решеток. Также в качестве начальных данных выступают параметры входного пучка: количество лучей, размер, X, Y, Z — координаты и направляющие косинусы каждого луча в опорной системе и их длины волн, диапазон номеров рабочих порядков. Выходными данными этого модуля являются координаты и длины волн прошедших оптическую схему лучей на последней поверхности (обычно на приемнике). Второй модуль также использует описание оптической схемы, но входными данными являются только параметры решеток, кривые эффективности отражения или пропускания покрытий, квантовой эффективности приемника. Третий модуль в качестве входных данных требует результаты трассировки лучей (выходные данные первого), полную эффективность прибора (выходные данные второго модуля) и параметры ПЗС-приемника: его габаритные размеры, размер пикселя и тип входного спектра. Входным спектром могут выступать чернотельный с параметром абсолютной температуры, линейчатый (генерируется набор линий случайной длины волны и ширины в заданных диапазонах) и пользовательский спектр, который может быть как, например, наблюдаемым, так и модельным. Результатом вычислений третьего модуля является файл в стандарте FITS (Flexible Image Transport

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>http://developer.nvidia.com/cuda

System<sup>3</sup>) с двумерным изображением модельного спектра.

#### 3. СПЕКТРОГРАФЫ UVES И VUVES ПРОЕКТА «СПЕКТР-УФ»

Космическая обсерватория «Спектр-УФ» [13] предназначена для спектроскопических наблюдений астрофизических объектов с высоким и низким спектральным разрешением в диапазоне длин волн 115–310 нм, а также для получения прямых изображений в УФ- и оптическом диапазонах. Основными приборами инструментального отсека являются спектрографы высокого разрешения UVES (UltraViolet Echelle Spectrograph) и VUVES (Vacuum UltraViolet Echelle Spectrograph). Эти приборы предназначены для спектроскопических исследований звездообразных объектов с разрешением  $R = 50\,000$  в диапазонах длин волн 115–176 нм (VUVES) и 175–310 нм (UVES).

#### 3.1. Специфика разработки

В ходе выполнения работ по проектированию спектрографов высокого разрешения UVES и VUVES на определенном этапе возникла необходимость построения их математической модели. Это было связано, во-первых, с обоснованием энергетической эффективности предлагаемых оптических схем. Выполнение оптического расчета с использованием коммерческого программного продукта Zemax не позволяло адекватно оценить эффективность спектрографов, поскольку в данной программе не моделируется распределение энергии, даваемое дифракционной решеткой. Вовторых, работы по созданию специализированных приемников излучения для данного проекта потребовали построения карты распределения длин волн на поверхности детектора. Квантовая эффективность приемников излучения в заатмосферном УФ-диапазоне (100-300 нм) крайне низка, что приводит к необходимости использования просветляющих покрытий, характеристики которых в данном спектральном диапазоне быстро меняются с длиной волны. Поэтому для создания маски нанесения просветляющих покрытий необходим точный расчет длин волн спектрального изображения на каждом элементе приемника. В-третьих, моделирование изображений спектров для спектрографов космической обсерватории с учетом всех шумов и помех позволяет приступить к созданию и отладке системы автоматической обработки наблюдательных данных задолго до запуска миссии.

Оптические схемы UVES и VUVES за последние годы претерпели целый ряд существенных изменений, окончательный вариант опубликован в работе [14].

Ниже приведем их краткое описание, а также результаты построения численной модели. На сегодняшний день оптические схемы UVES и VUVES оптимизированы под матрицы ПЗС форматом 4096 × 3112 элементов с размером элемента 15 × 15 мкм. Результаты нашего моделирования в настоящее время уже используются специалистами компании E2V для нанесения просветляющих покрытий на поверхность чипа и для настройки работы усилителей ПЗС-приемников.

# *3.2. Оптические схемы спектрографов UVES и VUVES*

Схемы спектрографов высокого разрешения UVES и VUVES эквивалентны, имеют одинаковое расположение оптических элементов с одними и теми же световыми размерами и формами поверхностей. Различие между UVES и VUVES заключается лишь в параметрах дифракционных решеток. Поэтому описание оптических схем этих спектрографов мы приведем на примере UVES.

Оптическая схема UVES включает в себя четыре основных элемента (рис. 1): коллиматор, эшелле-решетку, дифракционную решетку скрещенной дисперсии и модуль светоприемника. Внеосевой коллиматор (М) представляет собой тороидальное вогнутое зеркало со световым диаметром  $\phi = 85$  мм, радиусом кривизны  $R_m = 1604$  мм в меридиональном сечении и  $R_s = 1596$  мм в сагиттальном сечении. Плоская эшелле-решетка (E) с углом блеска  $\theta_B = 71^\circ$  и плотностью нарезки  $60 \text{ штр. мм}^{-1}$  ( $100 \text{ штр. мм}^{-1}$ в случае спектрографа VUVES) работает в варианте «С» [15]  $\alpha = \overline{\beta} = \theta_B$ , угол между осью падающего светового пуска и главной плоскостью эшелле-решетки  $\gamma = 5^{\circ}$ . Размер заштрихованной части эшелле составляет  $260 \times 90 \text{ мм}^2$ . Вогнутая дифракционная решетка скрещенной дисперсии (G) с углом блеска  $\theta_B = 2$ °, и плотностью нарезки  $300 \,\mathrm{mtp.\, mm^{-1}}$  ( $\theta_B = 2.5$ , и 600  $\mathrm{mtp.\, mm^{-1}}$  в схеме VUVES) имеет сферическую форму с радиусом кривизны R = 1600 мм. Световой размер вогнутой решетки — 130 мм вдоль штрихов и 100 мм поперек. Вогнутая дифракционная решетка является одновременно и порядкоразводящим элементом, и камерой спектрографа, которая строит изображение спектра на поверхности матрицы ПЗС (D). Модуль светоприемника снабжен входным окном (W) из фторида магния.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/software/ fitsio/fitsio.html



Рис. 1. Оптическая схема UVES. Обозначения: S — щель спектрографа, М — зеркало коллиматора, Е — эшелле-решетка, G — вогнутая дифракционная решетка скрещенной дисперсии, W — входное окно модуля светоприемника, D — плоскость матрицы ПЗС.

### 3.3. Результаты моделирования UVES

В качестве входных параметров для модели UVES были использованы результаты оптического расчета, выполненного в пакете Zemax. Формы поверхностей оптических элементов телескопа и спектрографа и их взаимное расположение по трем осям координат из оптического расчета были переведены в формат конфигурационных файлов нашего пакета программ.

Для запуска процедуры трассировки лучей необходимо сгенерировать пучок лучей на первой поверхности оптической схемы. В случае схемы космического телескопа T-170M со спектрографом UVES первой поверхностью является плоскость, находящаяся перед главным зеркалом телескопа на расстоянии, эквивалентном длине трубы телескопа. Диаметр генерируемого пучка лучей равен диаметру главного зеркала. Лучи в пучке распределены равномерно случайным образом по координатам. Поскольку в космическом пространстве волновой фронт от бесконечно удаленных источников плоский, то направляющие косинусы для всех лучей в пучке одинаковые со значениями (0,0,1).

Входная щель спектрографа UVES расположена на расстоянии 50 мм от оптической оси телескопа в плоскости YZ (рис. 1), что эквивалентно 10' в проекции на небесную сферу. Следовательно, вся оптическая схема телескопа и спектрографа поворачивалась вокруг оси X на данную угловую величину с центром вращения в вершине главного зеркала телескопа (предполагаем, что входной зрачок оптической системы совпадает с вершиной главного зеркала). Далее трассировка лучей осуществляется методом, описанным выше в данной работе. При расчете координат точек пересечения лучей и оптических поверхностей проверяется условие выхода луча за пределы светового размера того или иного оптического элемента. Сравнение количества лучей до поверхности и после определяет световые потери на данном оптическом элементе за счет виньетирования или экранирования. В конфигурационный файл с описанием оптической схемы добавляются при необходимости дополнительные виньетирующие элементы. Таким образом учитывается и экранирование на вторичном зеркале телескопа.

Пучок лучей на входе в оптическую схему может быть сгенерирован как для одной длины волны, так и сразу для целого набора дискретных значений длин волн, распределенных тем или иным образом по некоторому спектральному диапазону. В случае моделирования изображения спектра, получаемого на спектрографе скрещенной дисперсии, расчет проводится сразу для отдельного спектрального порядка. В этом случае генерируется случайный вектор длин волн в диапазоне, соответствущему той части спектрального порядка, которая попадает на светоприемник. Каждому значению длины волны соответствует свой массив случайных лучей на входной апертуре телескопа. Опытным путем мы установили, что минимальное количество лучей, необходимое для более или менее удовлетворительного описания функции рассеяния точки спектрографа UVES, должно быть не менее 100. В то время как минимальное количество значений длин волн, приходящихся на единичный спектральной порядок, должно быть не менее 50000. Размерность ПЗС-приемника UVES вдоль спектральных порядков составляет 4096 элементов. Таким образом, на один элемент приемника приходится в среднем не менее 10 значений длин волн. На весь кадр приходится около 100 спектральных порядков. Следовательно, при моделировании одного изображения спектра выполняется трассировка



**Рис. 2.** Смоделированное изображение спектра звезды *α* Суд для спектрографа скрещенной дисперсии UVES космической обсерватории «Спектр-УФ». Спектральный диапазон 1690–3250 ÅÅ.

порядка 10<sup>9</sup> лучей. На выходе процедуры трассировки лучей получается массив с координатами точек пересечения лучей с поверхностью светоприемника.

Далее выполняется процедура пикселизации под необходимый формат приемника. в случае UVES это  $4096 \times 3112$  элементов. На этом этапе производится подсчет лучей, попавших в каждый пиксель. Поскольку каждый луч имеет свою длину волны, то можно задать спектр источника излучения (линейчатый и/или непрерывный), а также учесть квантовую эффективность каждого оптического элемента системы, включая и приемник излучения. В итоге мы получаем изображение спектра в FITS-формате, пригодное для просмотра и обработки в любой системе, использующей данный формат. При необходимости эмулируется шум считывания приемника и следы космических частиц, плотность потока которых может варьироваться в зависимости от условий на орбите космической обсерватории.

На рис. 2 приведен пример результатов моделирования изображения спектра для UVES. В качестве спектра источника излучения взят теоретический спектр звезды  $\alpha$  Cyg. Предполагается, что все отражательные оптические элементы телескопа и спектрографа, включая дифракционные решетки, будут покрыты алюминием с дополнительным слоем MgF<sub>2</sub> толщиной 25 нм. Поэтому коэффициент отражения для разных длин волн был взят именно для такого покрытия. Входное стекло модуля светоприемника выполнено из MgF<sub>2</sub> толщиной 5 мм. Сведения о квантовой эффективности матрицы ПЗС были получены из переписки с сотрудниками фирмы E2V, изготавливающей специально для данного проекта приемники излучения.

На рис. 3 приведен пример результата обработки смоделированного изображения спектра. Показаны откалиброванные по длинам волн два спектральных порядка. Калибровка по длинам волн также осуществлялась по модельному изображению линейчатого спектра, фрагмент которого представлен на рис. 4. Расчет полного кадра линей-



**Рис. 3.** Результат экстракции (с интегрированием сигнала по высоте порядка) двух спектральных порядков из изображения, представленного на рис. 2. Калибровка по длинам волн также осуществлялась по рассчитанному изображению линейчатого спектра, эмулирующего эмиссионные спектральные линии.



**Рис. 4.** Слева: фрагмент смоделированного изображения линейчатого спектра для выполнения процедуры калибровки по длинам волн. Видны монохроматические изображения точечного источника в трех соседних спектральных порядках. Справа: для сравнения приведены точечные диаграммы для этих же спектральных порядков, рассчитанные с помощью программы Zemax.

чатого спектра в диапазоне 1690—3250 ÅÅ осуществлялся для 10 монохроматических пучков в каждом спектральном порядке, равноотстоящих друг от друга по оси X светоприемника. Таким образом моделировался эмиссионный спектр, аналогичный спектру лампы полого катода, по которому калибруются в реальных наблюдениях. На рис. 5 показаны остаточные отклонения длин волн (измеренная—расчетная) эмиссионных спектральных линий калибровочного спектра. Определение положения эмиссионных спектральных линий на изображении проводилось по центру тяжести. Несмотря на то, что аппаратная функция спектрографа сильно изменяется по полю светоприемника, среднеквадратичное отклонение ошибок составило  $6 \times 10^{-4}$  Å, что эквивалентно ошибке определения лучевой скорости по единичной спектральной линии примерно  $100 \text{ м c}^{-1}$ . Обработка рассчитанных изображений спектров и их калибровка выполнена в контексте Echelle пакета MIDAS.

Подробное исследование характеристик изображений спектров, особенно позиционных, для спектрографов космической обсерватории «Спектр-УФ» необходимо провести до запуска миссии, поскольку калибровочных искусственных источников на борту не будет. Поэтому дисперсионные кривые будут построены на земле при вакуумных испытаниях приборов, а затем, после запуска, будут внесены поправки с учетом возможных сдвигов оптических элементов во время выведения космического аппарата на орбиту. Все эти поправки предполагается рассчитать по нашей математической модели.

# 4. СПЕКТРОГРАФ NES ТЕЛЕСКОПА БТА

Для отладки пакета программ, моделирующих спектрографы скрещенной дисперсии, а также для сравнения результатов моделирования с реальными наблюдениями, мы выполнили моделирование эшелле-спектрографа высокого разрешения фокуса Нэсмита (NES), установленного на 6-м телескопе БТА. Данный спектрограф имеет спектральное разрешение  $R = 60\,000$ , близкое к спектральному разрешению UVES и VUVES, и рабочий диапазон длин волн  $\lambda\lambda = 3000 - 10\,000$  ÅÅ, перекрывающийся в наземном УФ-диапазоне с рабочим диапазоном спектрографа UVES. Ниже приводится краткое описание оптической схемы и результатов моделирования НЭС.



Рис. 5. Дисперсия остаточных отклонений длин волн смоделированных эмиссионных линий после построения дисперсионной кривой.

#### 4.1. Оптическая схема NES

Оптическая схема спектрографа скрещенной дисперсии NES (рис.6) подробно описана в работе [16]. Здесь остановимся на основных отличиях от схемы UVES. Во-первых, NES имеет входную щель. В то время как UVES представляет собой по-сути бесщелевой спектрограф (в нем есть диафрагма, ограничивающая лишь область блуждания изображения звезды на случай проблем с системой стабилизации космического аппарата), в схеме NES есть щели различной ширины, определяющие спектральное разрешение, а также резатели изображения. Во-вторых, коллиматор NES имеет несколько зеркал, позволяющих разогнать пучок F/30.7 до диаметра  $d_{\rm col} = 235$  мм на платформе Нэсмита телескопа БТА. В-третьих, камера NES представляет собой сложную катадиоптрическую систему с коррекционной пластиной Шмидта с центральным экранированием, в то время как функцию камеры UVES выполняет вогнутая дифракционная решетка.

В своей работе мы решили смоделировать результаты наблюдений на NES в наземном ультрафиолете, поскольку этот диапазон частично перекрывается с рабочим диапазоном UVES. В конфигурации наблюдения на NES в наземном УФдиапазоне в схему вводится щель шириной 0".7 (в более длинноволновом диапазоне используется резатель изображения). Также в этом диапазоне применяется матрица ПЗС с высокой квантовой эффективностью в УФ форматом 2048 × 2048 элементов с размером одного элемента 15 × 15 мкм.

#### 4.2. Результаты моделирования NES

Основные принципы моделирования спектрографов скрещенной дисперсии мы описали выше. Здесь остановимся на одном важном аспекте. Основным источником помех в наземных наблюдениях является атмосфера. Влияние турбулентных движений в земной атмосфере приводит к тому, что на главное зеркало телескопа приходит не плоский волновой фронт. Размер турбулентного диска звезды больше ширины входной щели. Этот факт определяет значительные потери света на входе в спектрограф и значительную высоту изображения спектральных порядков (более 10 элементов



Рис. 6. Оптическая схема спектрографа NES в проекции YZ и XY, (а) и (b), соответственно. Обозначения: Z — оптическая ось телескопа БТА в фокусе Нэсмита, LC — корректор положения изображения звезды на входной щели спектрографа, P — узел предщелевых устройств, S — каретка со сменными входными щелями и резателями изображения, M1 и M2 — плоские ломающие зеркала коллиматора, M3 — вогнутое зеркало коллиматора — внеосевой параболоид, E — мозаичная эшелле решетка, состоящая из двух частей, G — сменные решетки скрещенной дисперсии, О — объектив камеры спектрографа системы Шмидт-Кассегрен-Манжен, D — приемник излучения, матрица ПЗС.



**Рис. 7.** Смоделированное изображение спектра α Cyg в диапазоне 3000–4500ÅÅ (слева) и реальное изображение спектра этого же объекта, полученное на спектрографе NES телескопа БТА (справа).



**Рис. 8.** Сравнение результатов экстракции отдельных спектральных порядков. Показаны два спектральных порядка, находящихся в разных частях кадра. Жирной линией показан результат экстракции из реального изображения, тонкой (более зашумленной) — из смоделированного изображения.

приемника излучения). Для моделирования влияния земной атмосферы мы генерируем пучок лучей на входе в телескоп со случайно изменяющимися направляющими косинусами. В нашей работе мы ограничились простой функцией распределения случайных вариаций направляющих косинусов, а именно гауссианой с полушириной 1".5.

На рис. 7 показан результат моделирования изображения спектра в сравнении с реальными результатами наблюдений. Для моделирования мы использовали теоретический спектр звезды  $\alpha$  Cyg в диапазоне 3000-4500АА. Для сравнения полученных результатов мы выполнили экстракцию спектров. Результаты представлены на рис. 8. В целом распределение энергии вдоль спектральных порядков для теоретического и наблюдаемого изображения спектра совпадают. Однако такое совпадение было получено не сразу. Первые попытки моделирования спектра NES, использующие идеальный (треугольный) профиль штриха, привели к более «крутому» распределению энергии вдоль спектральных порядков. Концентрация энергии в центре порядка оказалась значительно выше, чем в реальном спектре. После детального изучения вопроса выяснилось, что дифракционные решетки с малой плотностью штрихов (а у NES эшелле-решетка имеет 37.5 штр. мм<sup>-1</sup>) с целью уменьшения нагрузки на резец нарезают не в полный профиль, а с пропусками. Это приводит к перекачке части энергии в нулевой порядок и уменьшению концентрации энергии в рабочих порядках. Дополнительно вершины штрихов на реплике не острые, а слегка закругленные из-за того, что композит, на котором наносится реплика, не заполняет полностью канавки матрицы. Это обстоятельство мы попытались смоделировать

уменьшая эффективную ширину рабочей поверхности штриха эшелле-решетки. После нескольких итераций мы получили наилучшее согласие расчетов с результатами наблюдений при коэффициенте, уменьшающим эффективную ширину штриха по сравнению с идеальным профилем, равном 0.6.

На рис. 8 можно заметить небольшие отличия между теоретическим и наблюдаемым спектром как в распределении энергии, так и в дисперсии вдоль порядков. Мы связываем их, во-первых, с асимметричным положением чипа относительно входного окна модуля светоприемника, во-вторых, с возможным отклонением реальных углов расположения дифракционных решеток (это связано с трудностями юстировки крупногабаритных дифракционных решеток), и, в-третьих, с возможным уменьшением угла блеска эшелле-решетки по сравнению с расчетным. Эффект уменьшения угла блеска штрихов решетки при нарезке матрицы по сравнению с углом установки резца происходит за счет упругих деформаций алюминия хорошо известен и тем выше, чем больше угол блеска нарезаемой решетки.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе описанного метода нами продемонстрированы возможности моделирования существующих и разрабатываемых спектральных приборов для наземной и космической наблюдательной астрономии. Мы показали, что полученные модельные двумерные эшелле-спектры действительно можно использовать для обоснования энергетической эффективности предлагаемых оптических схем, для расчета характеристик градиентных просветляющих покрытий, а также для создания и отладки системы автоматической обработки наблюдательных данных задолго до запуска космических обсерваторий.

Сравнение результатов нашего моделирования в случае спектрографа NES показало, что существуют некоторые различия в линейной дисперсии и форме модельных и наблюдаемых эшеллепорядков. Данный факт, как нам видится, не противоречит нашим главным целям, однако для достижения максимального соответствия модели реальным приборам требуется обозначить пути решения этой проблемы. Очевидным решением представляется разработка на основе уже представленного метода математического аппарата, в котором параметры оптической схемы выступают свободно варьируемыми величинами. При всей простоте такое решение в нашем случае (моделирование полного двумерного спектра с максимально возможным покрытием по длинам волн) сопряжено с огромным объемом вычислений и требует тщательно продуманной программной реализации. Тем не менее, в качестве развития представленного метода мы предполагаем реализовать и такую схему вычислений.

Например, в случае NES, мы можем определить какие именно параметры дифракционных решеток (углы блеска, углы установки в оптической схеме и т.д.) приводят к наблюдаемым отличиям теоретических и реальных спектров. Получив такой инструмент мы сможем после вывода на орбиту космической обсерватории «Спектр-УФ» определить разъюстировки оптических элементов (если таковые будут иметь место) и учесть это при обработке наблюдательных данных, поскольку, как было сказано выше, какие-либо искусственные калибровочные источники излучения на борту не предусмотрены.

Кроме того, за рамками обсуждения осталась возможность реализации на основе нашей модели так называемого «калькулятора экспозиции», который необходим как в наземной, так и в орбитальной спектроскопии для оптимизации времени выполнения различных наблюдательных программ. Это также предполагается сделать в качестве развития представленного метода.

# БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана Российским Научным Фондом (грант № 14-50-00043).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- H. Hasan and C. J. Burrows, in *Calibrating Hubble Space Telescope*, Ed. by J. C. Blades and S. J. Osmer (Space Telescope Science Institute, Baltimore, 1994), p. 395.
- 2. F. Diego and D. D. Walker, Monthly Notices Royal Astron. Soc. 217, 347 (1985).
- 3. D. D. Walker and F. Diego, Monthly Notices Royal Astron. Soc. 217, 355 (1985).
- J. A. Valenti, R. P. Butler, and G. W. Marcy, Publ. Astron. Soc. Pacific 107, 966 (1995).
- 5. D. Queloz, IAU Symp. 167, 221 (1995).
- 6. P. Ballester and M. R. Rosa, Astron. and Astrophys. Suppl. **126** (1997).
- 7. J. Krist, ASP Conf. Ser. 77, 349 (1995).
- 8. P. Ghavamian, A. Aloisi, D. Lennon, et al., COS Instrument Sci. rep. **2009-01** (2009).
- 9. G. H. Spencer and M. V. R. K. Murty, J. Opt. Soc. America 52, 672 (1962).
- 10. C. Palmer, *Diffraction grating handbook*, 5th ed. (Thermo RGL, New York, 2002).
- 11. K. I. Tarasov, *Spectral Devices* (Mashinostroenie, Moscow, 1977)[In Russian].
- A. N. Zaydel, G. V. Ostrovskaya, and Yu. I. Ostrovskii, *Methods and practice of spectroscopy* (Nauka, Moscow, 1972)[In Russian].
- A. A. Boyarchuk, B. M. Shustov, A. A. Moisheev, and M. E. Sachkov, Solar System Research 47, 499 (2013).
- 14. V. Panchuk, M. Yushkin, T. Fatkhullin, and M. Sachkov, Astrophys. SpaceSci. **354**, 163 (2014).
- 15. D. J. Schroeder and R. L. Hilliard, Appl. Opt. **19**, 2833 (1980).
- 16. V. E. Panchuk, V. G. Klochkova, M. V. Yushkin, and I. D. Najdenov, J. Opt. Technol. **76**, 87 (2009).

# M. V. Yushkin, T. A. Fatkhullin, and V. E. Panchuk

#### Mathematical Model of Orbital and Ground-Based Cross-Dispersion Spectrographs

We present the technique and algorithm of numerical modeling of high-resolution spectroscopic equipment. The software is implemented in C++ using nVidia CUDA technology. We report the results of currently developed modeling of new-generation echelle spectrographs. To validate the algorithms used to construct the mathematical model, we present the results of modeling of NES spectrograph of the 6-m telescope of the Special Astrophysical Observatory of the Russian Academy of Sciences. A comparison of simulated and real images of the spectra acquired with NES spectrograph demonstrates good agreement between the model constructed and experimental data.

Keywords: instruments: spectrographs—techniques: numerical—techniques: spectroscopic