

УДК 520.82–17

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЯ СТАТИСТИКИ ОТСЧЕТОВ ПРИ НАБЛЮДЕНИЯХ С ПЗС ПОСРЕДСТВОМ ФАКТОРА ФАНО

© 2016 И. В. Афанасьева^{1,2*}

¹Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, 369167 Россия

²Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101 Россия

Поступила в редакцию 24 мая 2016 года; принята в печать 17 июня 2016 года

Рассмотрены факторы, искажающие статистику фотоотчетов при регистрации объектов со слабыми потоками. Проведены измерения фактора Фано для реальных систем регистрации. Исследования позволяют сделать вывод о качестве тракта ПЗС-системы. Предложена оптимальная стратегия наблюдений слабых объектов.

Ключевые слова: *оборудование: детекторы — методы: статистические — методы: наблюдательные*

1. ВВЕДЕНИЕ

В среде астрономов сложилось мнение, что матричные приборы с зарядовой связью являются практически идеальными светоприемниками, не искажающими входной пуассоновский сигнал, и наблюдения с ними ограничены только статистикой исходного потока.

Распределение отсчетов при регистрации изображения в целом отличается от порождающего его распределения фотонов. Это обусловлено многими факторами:

- (1) шумы считывания;
- (2) неоднородность чувствительности матрицы;
- (3) нестабильность и нелинейность передаточной функции;
- (4) следы от космических частиц и эффекты интерференции на «тонких» матрицах (фринги).

Если речь идет о наблюдениях слабых объектов на относительно ярком фоне неба, то к перечисленным факторам добавляется корректное вычитание фона неба, также искажающее статистику фотоотчетов, и в конечном итоге снижающее отношение сигнал/шум (S/N) конечного результата.

Целью настоящей работы является выявление ограничений, накладываемых перечисленными выше факторами на регистрацию слабых изображений с ПЗС-матрицами.

2. ИСКАЖЕНИЯ СТАТИСТИКИ ОТСЧЕТОВ ПЗС

Как правило, при работе с ПЗС принимается гипотеза, что статистика выходных отсчетов подчиняется закону Пуассона [1]. Именно это соображение используется для определения коэффициента усиления (*gain*) аналого-цифрового преобразователя тракта регистрации ПЗС. Обычно используется последовательность пар изображений равномерно освещенного поля с различными экспозициями t . В этом случае измеренная дисперсия последовательности отсчетов в разнице изображений $\Delta I(x_i, y_i, t)$ определяется соотношением:

$$D_I(t) = \frac{\overline{\Delta I(t)^2} - \overline{\Delta I(t)}^2}{2}.$$

В случае закона Пуассона дисперсия отсчетов будет пропорциональна среднему значению:

$$D_I(t) = \text{gain} \times \overline{I(t)}.$$

Конечно, реальные зависимости дисперсии от среднего отличаются от линейных. На малых отсчетах — вследствие шума считывания, а на больших — из-за нелинейности передаточной функции тракта регистрации ПЗС. Известно, что один из наиболее мощных критериев проверки пуассоновости распределения отсчетов связан с исследованием так называемого фактора Фано [2] (индекс дисперсии, коэффициент вариации [3]) $k(t)$, который представляет собой отношение дисперсии к среднему значению:

$$k(t) = \frac{D_I(t)}{\overline{I(t)}}.$$

*E-mail: riv@sao.ru

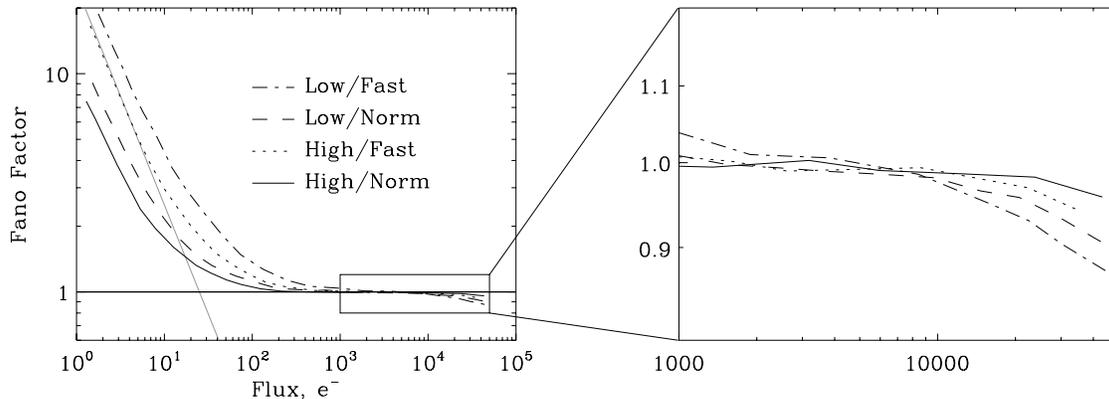


Рис. 1. Зависимость фактора Фано в изображении плоского поля от среднего потока для различных режимов работы тракта регистрации CCD42-90: *Low* и *High* — значения *gain*, равные $1.82e^-/ADU$ и $0.48e^-/ADU$ соответственно, а *Fast* и *Norm* — скорости считывания, 400 и 100 Кпикс/с соответственно. Наклонной серой прямой показано асимптотическое поведение в области малых потоков для режима *High/Fast* с шумом считывания (read out noise, RON) $5e^-$.

Для пуассоновского распределения $k(t) \equiv 1$. Для проверки отличия распределения отсчетов ПЗС от пуассоновского мы провели измерения фактора Фано для реальных систем регистрации [4, 5], созданных сотрудниками Лаборатории перспективных разработок и используемых в настоящее время на 6-м телескопе БТА САО РАН¹. На рис. 1 приведены измерения для тракта регистрации ПЗС-матрицы E2V CCD42-90.

Как видно из рис. 1, отличия от пуассоновского распределения наиболее заметны на малых потоках и определяются шумом считывания и шириной полосы тракта регистрации:

$$k(t) \approx \frac{RON^2}{I(t)}.$$

Незначительное понижение фактора Фано в области больших потоков происходит из-за уменьшения дисперсии, что обсуждается в недавних работах [6–8], и скорее всего связано с перераспределением заряда между пикселями. Данный эффект является еще одним фактором, ограничивающим точность при больших уровнях сигнала в пикселе.

Таким образом, можно сделать вывод, что статистика отсчетов в отдельных пикселях реальной ПЗС близка к пуассоновской в достаточно широком диапазоне интенсивности сигнала.

Однако, несмотря на то, что тракт регистрации ПЗС практически не искажает пуассоновскую статистику в каждом канале, следует отметить, что

в регистрируемом изображении тем не менее происходят искажения на различных пространственных частотах. Во-первых, к этому могут приводить вариации чувствительности (пропускания) отдельных каналов [9]. Во-вторых, искажения вносятся эффектами интерференции, которые возникают на тонком слое подложки при обратной засветке ПЗС [10] — так называемые фринги. Их амплитуда зависит от длины волны и толщины подложки. Для оценки искажений статистики отсчетов нами было получено изображение плоского поля с ПЗС-матрицей E2V CCD42-90 в спектральном диапазоне 760–920 нм. Среднеквадратичное значение амплитуды модуляции изображения фрингами в этом случае было примерно 2.6%, а период модуляции — около 30 пикселей. Далее генерировалась выборка случайных последовательностей центров $\{x_i, y_i\}$ квадратных фрагментов (*box*) различных размеров w и объемом порядка 10^4 . В каждом фрагменте вычислялся фактор Фано $k_i(w)$, а по всей последовательности — выборочный фактор Фано $\overline{k(w)}$. На рис. 2 показана зависимость выборочного фактора Фано от размера фрагмента, которая демонстрирует искажение статистики отсчетов на различных пространственных частотах. На этом же рисунке показаны значения для изображения, в котором фринги удалены согласно [11].

Тот факт, что фактор Фано увеличивается незначительно в изображении без фрингов, говорит о малых искажениях статистики отсчетов.

3. СТАТИСТИКА ОТСЧЕТОВ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ СЛАБЫХ ОБЪЕКТОВ

Предположим, что на вход системы регистрации, под которой мы подразумеваем си-

¹<http://www.sao.ru>

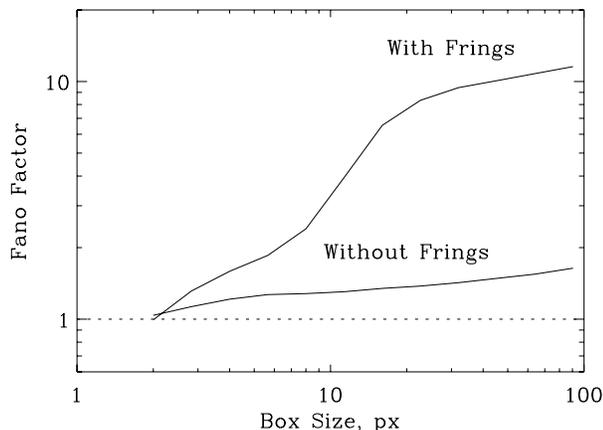


Рис. 2. Зависимость выборочного фактора Фано от размера фрагмента до и после удаления фрингов для CCD42-90. Штриховой линией показано значение, характерное для пуассоновского потока.

стему атмосфера + телескоп + спектрограф + ПЗС, попадает поток некогерентного излучения $F = F_{\text{obj}} + F_{\text{sky}}$, который является суммой потоков от исследуемого объекта и фона неба, и $F_{\text{obj}} \leq F_{\text{sky}}$. При экспозициях, превышающих время когерентности атмосферы, влиянием последней можно пренебречь, и вполне справедливо предположение, что поток на входе системы регистрации является случайным процессом, имеющим распределение Пуассона, которое при больших потоках близко к распределению Гаусса [12]. Тогда измеренный сигнал на выходе системы регистрации в точке с координатами (x, y) может быть задан выражением:

$$N(x, y) = F(x, y)flat(x, y) + bias,$$

где $bias$ — встроенный нуль системы регистрации, а $flat(x, y)$ — функция плоского поля, определяющая изменение передаточной функции ПЗС по полю зрения. Уровень $bias$ — случайная величина, и ее среднеквадратичное отклонение является шумом считывания системы регистрации ПЗС.

Под слабыми объектами мы будем в дальнейшем подразумевать объекты, имеющие не только слабый поток, но и регистрируемые на фоне неба с некоторым контрастом c :

$$c = \frac{F_{\text{obj+sky}} - F_{\text{sky}}}{F_{\text{sky}}}.$$

К примеру, объект слабее 20-й звездной величины в видимом диапазоне при типичных изображениях на 6-м телескопе ($1''.5-2''$) должен иметь контраст приблизительно 1.

В реальных наблюдениях слабых объектов измеряются две независимые величины: $N_{\text{obj+sky}}$ и

N_{sky} , значения которых определяются соотношениями:

$$N_{\text{obj+sky}} = (F_{\text{obj}} + F_{\text{sky}})flat(x, y) + bias_{\text{obj+sky}},$$

$$N_{\text{sky}} = F_{\text{sky}}flat(x, y) + bias_{\text{sky}},$$

$$N_{\text{obj}} = N_{\text{obj+sky}} - N_{\text{sky}}.$$

Эти выражения связывают, по существу, определенное из наблюдений математическое ожидание числа отсчетов исследуемого объекта со средними значениями измеряемых величин. Отметим, что передаточная функция $flat(x, y)$ определяется в каждом сете наблюдений с некоторой ошибкой, то есть тоже является случайной величиной. Проведенные нами лабораторные измерения показывают, что реальное распределение ошибок определения плоского поля и шума считывания тракта регистрации хорошо представляются распределением Гаусса.

Конечной целью наблюдений является не только измерение средних величин, но и восстановление статистических свойств сигнала из анализа статистики отсчетов на выходе системы регистрации, которая вносит искажения. Решение этой задачи в общем виде представляется достаточно сложным и не является целью настоящей работы.

Для оценки искажений статистики в реальной системе регистрации мы провели численное моделирование методом Монте-Карло. Предполагалось, что на вход системы регистрации поступает случайный поток фотонов, имеющий распределение Пуассона. Принималось также, что ошибки определения плоского поля и шум считывания имеют распределение Гаусса. Рассматривался случай наблюдения объекта с контрастом $c = 1$ ($F_{\text{obj}} = F_{\text{sky}}$). Для каждого уровня фона неба вычислялся фактор Фано объекта для выборки случайных чисел объемом 10^4 реализаций.

На рис. 3 показана зависимость фактора Фано от уровня фона неба для различных ошибок определения плоского поля. При вычислениях принимался шум считывания $3e^-$. Как видно из рисунка, фактор Фано минимален для определенного уровня фона неба, то есть в этом случае система регистрации вносит минимальные искажения в статистику отсчетов и, соответственно, отношение сигнал/шум в этой области максимальное. Очевидно, что увеличение фактора Фано на малых потоках определяется шумом считывания тракта регистрации ПЗС.

Увеличение фактора Фано с ростом яркости фона неба означает, что при большом уровне сигнала шум в изображении определяется неопределенностью величины плоского поля. То есть, с увеличением потока фона неба, отношение сигнал/шум в измеряемом объекте не растет. Это

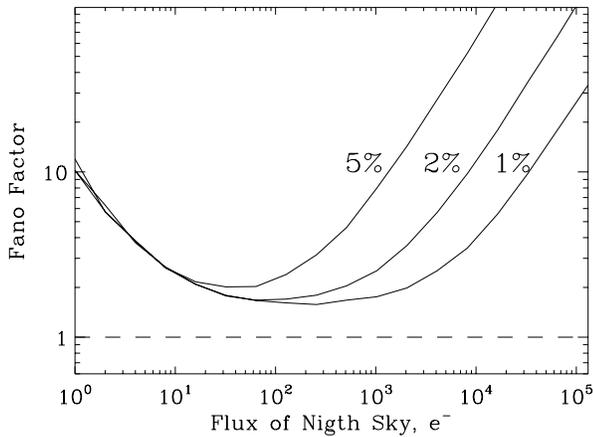


Рис. 3. Зависимость фактора Фано от уровня фона неба для различных значений ошибок определения плоского поля — 1%, 2% и 5%. Штриховой линией показано значение для пуассоновского потока.

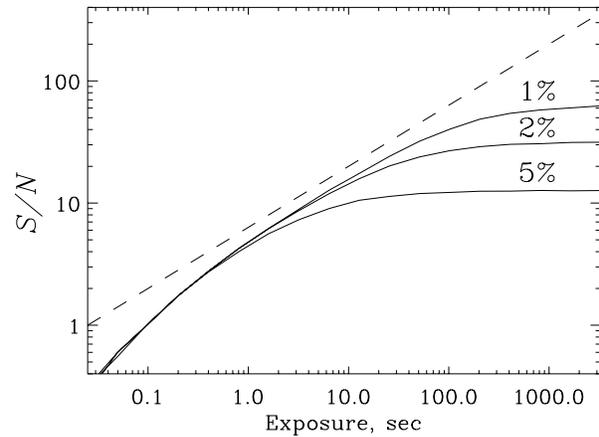


Рис. 4. Отношение сигнал/шум в объекте в зависимости от экспозиции для различных значений ошибок определения плоского поля — 1%, 2% и 5%. Штриховой линией показано значение S/N для пуассоновского потока.

демонстрируется на рис. 4, где полученный нами при численном моделировании результат представлен в других единицах. Этот результат важен для достижения максимального отношения S/N при наблюдениях слабых объектов с реальными системами регистрации с ПЗС, в которых имеется шум считывания и используется процедура исправления неоднородности чувствительности. Следует заметить, что ошибка определения плоского поля зависит не только от уровня сигнала калибровочных изображений, но и от наличия остаточного шума после удаления фрингов, неизбежных пылинок на оптике системы регистрации (редуктора светосилы или спектрографа), нарушением условия телецентризма в тракте калибровки и пр. Влияние последнего фактора можно существенно уменьшить, используя для калибровки изображения или спектры сумеречного неба.

Зависимости, показанные на рис. 3, позволяют установить пределы оптимальных экспозиций при наблюдениях в различных режимах с универсальным спектрографом SCORPIO [13], на котором в качестве системы регистрации используются ПЗС-системы с E2V CCD42-40 и CCD42-90. Так, например, в режиме получения прямых изображений поток от безлунного фона неба более $100e^-$ достигается в зеленой области спектра (фильтр V) за 10 секунд экспозиции, а в красной (фильтр R) — за 5 секунд, и как следует из рис. 3, минимальные искажения статистики отсчетов и максимальное отношение сигнал/шум достигаются в диапазоне потоков $10^2-10^3e^-$. Как видно из рис. 4, при экспозициях более 100 секунд отношение S/N практически не увеличивается. Для увеличения предела обнаружения наиболее правильная стратегия наблюдений — не увеличение длительности экспозиции,

а получение большого числа коротких экспозиций. После независимой обработки каждого изображения их можно сложить, и отношение сигнал/шум вырастет в $\sqrt{N_{\text{exp}}}$ раз. Необходимо, чтобы плоские поля каждой из экспозиций не совпадали — что соответствует получению кадров со смещением объекта, либо наблюдениям в различные ночи. В противном случае величина неоднородности перестает быть случайной величиной, и ее вклад не падает при сложении кадров. Следует заметить, что такой способ наблюдений не только увеличивает S/N , но и позволяет эффективно удалять следы космических частиц в суммарном изображении, если число экспозиций больше трех. В этом случае в каждом канале изображения вычисляется медиана или робастное среднее. Такой алгоритм эффективно подавляет космические частицы, не внося искажений в спектр пространственных частот изображения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые исследована статистика отсчетов на выходе ПЗС-системы при помощи измерения фактора Фано. Изучено искажение статистики при регистрации слабых объектов. Показано, что:

- (1) Для реального тракта ПЗС, разработанного в Лаборатории перспективных разработок, отклонение от пуассоновской статистики наблюдается при потоках менее $100e^-$ при шуме считывания около $3e^-$. Систему регистрации можно считать практически «идеальной» в диапазоне потоков $10^2-10^4e^-$.
- (2) Искажения статистики отсчетов на различных пространственных частотах невелики — после

удаления фрингов фактор Фано на масштабах от 10 до 100 пикселей увеличивается в полтора раза.

(3) Фактор Фано для отсчетов слабого объекта с контрастом приблизительно 1, зависит от уровня фона неба и увеличение времени экспозиции из-за ошибок определения плоского поля не приводит к росту отношения сигнал/шум.

Полученные результаты могут быть использованы при выборе оптимальных диапазонов экспозиций для обнаружения предельно слабых сигналов при регистрации фоновых излучений и спектров удаленных слабых галактик.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает признательность д.ф.-м.н, проф. В. Л. Афанасьеву за постановку задачи и ценные обсуждения, а также благодарит сотрудников Лаборатории перспективных разработок САО за помощь в выполнении данного исследования. Автор благодарен рецензенту за критические замечания. В работе использовались сведения из базы данных ASPID (<http://alcor.sao.ru/db/aspid/>). Наблюдения на 6-метровом телескопе БТА проводятся при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.619.21.0004, идентификатор проекта RFMEFI61914X0004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. B. Howell, *Handbook of CCD Astronomy* (Cambridge University Press, Cambridge, 2006).
2. U. Fano, *Phys. Rev.* **72**, 26 (1947).
3. D. R. Cox and P. A. W. Lewis, *The Statistical Analysis of Series of Events* (Chapman and Hall, London, 1966).
4. S. V. Markelov, V. A. Murzin, A. N. Borisenko, et al., *Astron. Astroph. Trans.* **19**, 579 (2000).
5. I. V. Afanasieva, *Astrophysical Bulletin* **70**, 232 (2015).
6. M. Downing, D. Baade, P. Sinclair, et al., *Proc. SPIE* **6276**, 627609 (2006).
7. B. Ma, Z. Shang, L. Wang, et al., *Proc. SPIE* **9154**, 91541U (2014).
8. A. Guyonnet, P. Astier, P. Antilogus, et al., *Astron. and Astrophys.* **575**, A41 (2015).
9. А. А. Пимонов, В. Ю. Теребиж, *Астрофиз. исслед.* (Известия САО РАН) **13**, 62 (1981).
10. M. P. Lesser, in *CCDs in Astronomy*, Ed. by G. H. Jacoby (Astronomical Society of the Pacific, San Francisco, 1990), Vol. 8, p. 65.
11. S. B. Howell, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **124**, 263 (2012).
12. A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence* (Dover Publ., New York, 2007), Part 1.
13. V. L. Afanasiev and A. V. Moiseev, *Astronomy Letters* **31**, 194 (2005).

Moderate-Resolution Holographic Spectrograph

I. V. Afanasieva

Factors distorting the statistics of photocounts when detecting objects with weak fluxes were considered here. Measurements of the Fano factor for existing detection systems were conducted. The study allows one to conclude on the quality of the CCD serial register. The optimal strategy for faint object observations was suggested.

Keywords: *instruments:detectors—methods: statistical—methods:observational*