

УДК 524.7-56-17

## К ТЕОРИИ ФОРМИРОВАНИЯ АСИММЕТРИЧНЫХ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

© 2024 К. Т. Миртаджиева<sup>1,2\*</sup>, С. Н. Нуриддинов<sup>2</sup>, А. У. Омонов<sup>2,3</sup><sup>1</sup>Астрономический институт АН РУз, Ташкент, 100052 Узбекистан<sup>2</sup>Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Ташкент, 100174 Узбекистан<sup>3</sup>Институт фундаментальных и прикладных исследований Национального исследовательского университета ТИИИМСХ, Ташкент, 100000 Узбекистан

Поступила в редакцию 17 августа 2023 года; после доработки 11 сентября 2023 года; принята к публикации 5 марта 2024 года

В данной работе явление лопсайдности, связанное с наблюдаемым эффектом смещения ядра спиральной галактики от ее геометрического центра, объясняется гравитационной неустойчивостью отдельных мод возмущения. Главными из них являются моды возмущений с радиальным волновым числом  $N = 3$  и  $N = 5$ , где азимутальный индекс  $m = 1$ . В отличие от других авторов, явление неустойчивости асимметричности исследовано нами на фоне нестационарной модели нелинейно пульсирующего диска. Выявлены механизмы и критерии происхождения явления смещения ядра в спиральных галактиках. Кроме того, для определения зависимости данного эффекта от геометрии гравитирующей системы нами проведен анализ лопсайдных мод возмущений в рамках сферической нестационарной модели.

Ключевые слова: *неустойчивости — методы: численные — галактики: диск — галактики: формирование*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным наблюдениям, минимум у 30% спиральных галактик проявляется асимметричное расположение ядра, то есть его смещенность от геометрического центра (см., например, Weinberg, 1995; Swaters et al., 1999; Heller et al., 2000; Swaters et al., 2002; Jog and Maybhate, 2006; Reichard et al., 2008; Espada et al., 2011; van Eymeren et al., 2011a; van Eymeren et al., 2011b и ссылки в них). При этом имеется явная асимметрия в распределении массы и яркости относительно геометрического центра системы, причем кривые вращения двух противоположных сторон явно отличаются друг от друга. Заметим, что изофоты плотности имеют вполне определенный центр, сильно смещенный от геометрического центра галактики. Впервые на это явление указано, по-видимому, в статье Baldwin et al. (1980), где было изучено распределение нейтрального водорода HI в 20 галактиках. Noordermeer et al. (2001) и Christlein and Zaritsky (2008) наблюдали аналогичную асимметрию также и в распределении звезд. Они обнаружили неосесимметричное ( $m = 1$ ) распределение поверхностной плотности старых звезд во внутренней оптической области диска. Многие авторы (например, Noordermeer et

al., 2001; Bournaud et al., 2005a; Angiras et al., 2006, 2007; Christlein and Zaritsky, 2008) стараются обработать данные наблюдений с целью определения значения  $A_1$  — амплитуды первой азимутальной Фурье-компоненты ( $m = 1$ ) поверхностной яркости, что является количественной мерой лопсайдности дисков. Были проведены аналитические и численные моделирования распределения  $m = 1$  в пределах нескольких парсеков во внутренних областях некоторых галактик (Statler, 2001; Jarrett et al., 2003; Peiris and Tremaine, 2003; Jog and Combes, 2009; Reichard et al., 2009). А в работах Zaritsky and Rix (1997), Jog (1997, 2002), Andersen and Bershady (2002), Bournaud et al. (2005a,b), Jog and Maybhate (2006), Saha et al. (2007), Reichard et al. (2010), Wu et al. (2010) приведены имеющиеся точки зрения на проблему происхождения явления смещения ядра в спиральных галактиках. Например, в качестве причин происхождения дисковой лопсайдности были предложены приливное взаимодействие между галактиками (Andersen and Bershady, 2002; Jog, 1997, 2002; Bournaud et al., 2005b; Saha et al., 2007; Reichard et al., 2010; Wu et al., 2010), асимметричная аккреция вещества спутниковой галактики (Bournaud et al., 2005a) или слияние галактик (Zaritsky and Rix, 1997; Jog and Maybhate, 2006).

Здесь надо отметить, что одним из основных

\*E-mail: mkt1959@mail.ru

физических механизмов происхождения галактик и их крупномасштабных структур является именно гравитационная неустойчивость. Поэтому процесс формирования лопсайдных спиральных галактик можно объяснить также неустойчивостью конкретных мод возмущений. Однако до сих пор эти лопсайдные неустойчивости исследовались аналитически в рамках строго равновесных моделей самогравитирующего диска (Fridman and Polyachenko, 1984; Binney and Tremaine, 1987; Bisnovatyi-Kogan, 1993), тогда как в реальности эти процессы происходят на фоне явно нелинейно нестационарных состояний дисковой подсистемы галактик. Исходя из этого, в данной работе мы рассматриваем этот процесс на фоне нестационарной дисковой модели. Отметим, что среди различных нестационарностей особое место занимает радиальная пульсация самогравитирующего диска (Fridman and Polyachenko, 1984; Nuritdinov, 2023). Нами построена радиально колеблющаяся составная модель самогравитирующего диска с анизотропной диаграммой скоростей. Для последней мы применили линейную суперпозицию двух аналитически точных моделей с одинаковым законом нестационарности. На фоне построенной нами модели исследована проблема гравитационной неустойчивости крупномасштабных лопсайдных мод возмущений. Получены нестационарные аналоги дисперсионных уравнений (НАДУ) для данных мод возмущений. На основе результатов численных расчетов этих уравнений построены критические диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения модели.

Здесь нас интересует также следующий вопрос: лопсайдность возникает в период коллапса сфероидальной протогалактики или смещенное ядро может образоваться на более поздних стадиях эволюции, когда уже сформировалась дисковая подсистема галактик? Таким образом, для выяснения зависимости лопсайдного эффекта от геометрии гравитирующей системы необходим также анализ лопсайдных мод возмущений в рамках сферической пульсирующей модели (Nuritdinov, 1991; 1993). С помощью полученных результатов выполнен сравнительный анализ инкрементов гравитационной неустойчивости лопсайдных мод возмущений на фоне дисковой и сферической нелинейно пульсирующих моделей.

## 2. СОСТАВНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО АНИЗОТРОПНОГО ДИСКА

Как мы отметили выше, нелинейно неравновесная модель дискообразных систем должна содержать в себе, прежде всего, главные характерные черты глобальной нестационарной стадии их

эволюции. Поскольку все виды нестационарности в рамках одной модели учесть сразу невозможно, на первых порах достаточно уделить внимание глобальным радиальным пульсациям системы как целого. Вот почему в качестве исходного состояния мы построим радиально колеблющуюся дисковую модель с анизотропной диаграммой скоростей на основе нелинейной изотропной модели (Nuritdinov, 1993), которая, в свою очередь, является нестационарным обобщением равновесного диска (Bisnovatyi-Kogan and Zel'dovich, 1970). Данная нестационарная модель в инерциальной системе координат имеет следующую фазовую плотность (Nuritdinov, 1993; Nuritdinov et al., 2008):

$$\begin{aligned} \Psi_{is}(\mathbf{r}, v_r, v_{\perp}, \lambda, \Omega, t) = & \\ = \frac{\sigma_0}{2\pi\Pi\sqrt{1-\Omega^2}} \left[ \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left( 1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) - (v_r - v_a)^2 - (v_{\perp} - v_b)^2 \right]^{-1/2} \chi(R-r), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Omega$  — угловая скорость вращения диска ( $0 \leq \Omega \leq 1$ ),  $\chi$  — функция Хэвисайда, а  $v_a$  и  $v_b$  — компоненты скорости центра в радиальном и трансверсальном направлениях соответственно:

$$v_a = -\lambda \frac{r \sin \psi}{\sqrt{1-\lambda^2\Pi^2}}, \quad v_b = \frac{\Omega r}{\Pi^2}.$$

Отметим также, что здесь принята известная нормировка  $\pi^2 G \sigma_0 = 2R_0$  ( $R_0 = 1$ ). Подробно все остальные обозначения описаны в работах Nuritdinov (1993) и Nuritdinov et al. (2008).

Фазовая плотность (1) совершает радиальные пульсации по закону  $R(t) = R_0\Pi(t)$ , где

$$\Pi(t) = \frac{1 + \lambda \cos \psi}{1 - \lambda^2}, \quad t = \frac{\psi + \lambda \sin \psi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}},$$

причем  $\psi$  — вспомогательная переменная вместо  $t$ , амплитуда радиальных колебаний  $\lambda = 1 - (2T/|U|)_0$  выражается, очевидно, через значения вириального отношения в момент времени  $t = 0$ , то есть  $0 \leq \lambda \leq 1$ , и при  $\lambda = 0$  (когда начальное значение вириального отношения  $(2T/|U|)_0 = 1$ ) модель (1) совпадает с равновесной конфигурацией (Bisnovatyi-Kogan and Zel'dovich, 1970).

Нелинейно нестационарная модель (1) изотропна по компонентам скорости, как и ее равновесная версия (Bisnovatyi-Kogan and Zel'dovich, 1970). Поэтому модель (1) является несколько идеальной, а более реальной следует считать анизотропную по скоростям нестационарную конфигурацию. Отметим, что на основании (1) мы можем построить для дисковых самогравитирующих систем ряд новых

нестационарных моделей с анизотропной природой, если усредним модель (1) по параметру  $\Omega$ , то есть

$$\Psi_{\text{anis}} = \int_{-1}^{+1} \Psi_{\text{is}} \rho(\Omega) d\Omega, \quad (2)$$

где весовая функция  $\rho(\Omega)$  удовлетворяет условию (Fridman and Polyachenko, 1984; Nuritdinov, 2023)

$$\int_{-1}^{+1} \rho(\Omega) d\Omega = 1.$$

Анализ различных случаев показывает, что для построения аналитически решаемой анизотропной модели можно взять весовую функцию в виде

$$\rho(\Omega) = \frac{8}{\pi} \Omega^2 \sqrt{1 - \Omega^2}.$$

Тогда из (2) легко находим соответствующую новую фазовую плотность

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{anis}}(\mathbf{r}, v_r, v_{\perp}, t) &= \frac{2\sigma_0}{\pi} \left[ 2r^2 v_{\perp}^2 + \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \right. \\ &\quad \left. \times (1 - \Pi^2 v_{\perp}^2) - \Pi^2 (v_r - v_a)^2 \right] \\ &\times \chi \left[ \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) (1 - \Pi^2 v_{\perp}^2) - \Pi^2 (v_r - v_a)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Известно, что для построения пульсирующей и вращающейся модели достаточно умножить (3) на  $\left[1 + \omega(xv_y - yv_x)\right]$ , где  $\omega$  — новый параметр твердотельного вращения. Ниже нас интересует только эффект лопсайдности и потому достаточно ограничиться случаем  $\omega = 0$ . Для того чтобы учесть некоторые возможные промежуточные состояния, находящиеся между изотропной и построенной нами анизотропной моделями, далее мы будем рассматривать более сложную модель в виде

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \Omega, \lambda, \nu, t) &= \nu \Psi_{\text{is}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \lambda, \Omega, t) \\ &+ (1 - \nu) \Psi_{\text{anis}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \lambda, t), \end{aligned} \quad (4)$$

где параметр суперпозиции  $\nu$  так же, как  $\Omega$  и  $\lambda$ , принимает значения из интервала  $[0; 1]$ . Таким образом, построенная нами составная модель (4) является трехпараметрической и позволит охватить более широкие возможные начальные состояния нестационарной стадии эволюции дисковых самогравитирующих систем.

Нестационарная трехпараметрическая модель (4) с анизотропной диаграммой скоростей совершает строгие радиальные колебания с периодом

$$P(\lambda) = \frac{2\pi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}},$$

а соответствующая ей поверхностная плотность имеет вид

$$\sigma(\mathbf{r}, t) = \frac{\sigma_0}{\Pi^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{\Pi^2}}.$$

Теперь же, налагая малое возмущение на нестационарную модель (4), можно изучать ее гравитационные неустойчивости относительно конкретных мод возмущений. Это необходимо для нахождения условия и критериев формирования той или иной структуры в дисковых галактиках.

### 3. ЛОПСАЙДНЫЕ МОДЫ ВОЗМУЩЕНИЙ

По аналогии с теорией устойчивости равновесных моделей, для анализа и нахождения критериев неустойчивости нелинейно неравновесной модели необходим вывод НАДУ рассматриваемых мод возмущений. С этой целью, налагая в общем случае на нестационарную модель малое несимметричное возмущение с потенциалом  $\delta\Phi$ , в (Nuritdinov et al., 2008) мы вывели основное уравнение для вектора смещения центра  $\overline{\delta\mathbf{r}}$ :

$$\Lambda \overline{\delta\mathbf{r}} = \Pi^3(\psi) \left[ \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\mathbf{r}} \right], \quad (5)$$

где черта сверху означает усреднение по пространству скоростей, а оператор  $\Lambda$  имеет следующий вид:

$$\Lambda = (1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{d}{d\psi} + 1.$$

Решение уравнения (5) может быть представлено в интегральной форме

$$\overline{\delta\mathbf{r}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) \left[ \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\mathbf{r}} \right] d\psi_1, \quad (6)$$

причем  $S(\psi, \psi_1)$  является аналогом функции Грина для однородного уравнения, соответствующего (5). Остается уточнить вид возмущения  $\delta\Phi$ . В частности, для случая горизонтальных колебаний самогравитирующего диска в его плоскости возмущение потенциала можно взять в виде (Antonov, 1976; Fridman and Polyachenko, 1984; Nuritdinov et al., 2008):

$$\delta\Phi = A_{Nm}(\psi) r^{N-m} (x + iy)^m \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2}). \quad (7)$$

Напомним, что  $N$  и  $m$  — радиальное и азимутальное волновые числа соответственно, а неизвестный коэффициент  $A_{Nm}(\psi)$ , в отличие от случая стационарных моделей, у нас является функцией от времени. Отклик плотности  $\delta\sigma$  вычисляем по формуле:

$$\delta\sigma = -\frac{\partial(\sigma\overline{\delta x})}{\partial x} - \frac{\partial(\sigma\overline{\delta y})}{\partial y}. \quad (8)$$

Однако из теории потенциала диска известно (Fridman and Polyachenko, 1984; Nuritdinov et al., 2008), что возмущению плотности

$$\delta\sigma = \frac{\sigma_0\Pi}{\xi} P_N^m(\xi) e^{im\varphi} \left( \xi = \sqrt{1 - \frac{r^2}{\Pi^2}} \right) \quad (9)$$

соответствует возмущение потенциала

$$\delta\Phi = 2\Pi^2 \gamma_{mN} P_N^m(\xi) e^{im\varphi}, \quad (10)$$

где

$$\gamma_{mN} = \frac{(N+m-1)!!(N-m-1)!!}{(N+m)!!(N-m)!!}.$$

Сравнивая между собой формулы (7), (8), (9) и (10), получим искомое НАДУ для исследуемых мод возмущений.

Поскольку здесь нас интересует прежде всего явление смещения ядра, при фиксированном значении азимутального волнового числа  $m = 1$ , рассмотрим крупномасштабные моды возмущений  $N = 1, 3$  и  $5$ . Отметим, что мода возмущения ( $N = 1; m = 1$ ) изучена ранее Bisnovatyi-Kogan and Zel'dovich (1970) для стационарной модели диска, а в работе Mirtadjieva et al. (2011) данная мода была рассмотрена нами для нестационарной модели (1). Таким образом, в работах Bisnovatyi-Kogan and Zel'dovich (1970) и Mirtadjieva et al. (2011) показано, что эта мода с  $N = 1$  связана со смещением всей системы как целого и является полностью устойчивой на фоне стационарной и нестационарной дисковых моделей. Поэтому ниже подробный анализ мы дадим для случаев  $N \geq 3$  при фиксированном  $m = 1$ .

### 3.1. Случай $N = 3, m = 1$

Как известно (Fridman and Polyachenko, 1984; Binney and Tremaine, 1987), неустойчивость данной моды возмущений смещает кинематический центр системы и вызывает деформацию, напоминающую результат проекции яйца на плоскость  $(x, y)$ . Вообще говоря, эта мода возмущений довольно хорошо изучена для различных стационарных моделей (см., например Fridman and Polyachenko, 1984, Binney and Tremaine, 1987, Bisnovatyi-Kogan, 1993 и ссылки в них).

Поскольку в этом случае

$$\delta\Phi = A_{31}(\psi) r^2(x + iy),$$

то компоненты смещения центра находим по аналогии с (6):

$$\begin{aligned} \overline{\delta x} &= \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) A_{31}(\psi_1) \\ &\times \left[ \overline{2x_1(x_1 + iy_1)} + \overline{(x_1^2 + y_1^2)} \right] d\psi_1, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \overline{\delta y} &= \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) A_{31}(\psi_1) \\ &\times \left[ \overline{2y_1(x_1 + iy_1)} + i \overline{(x_1^2 + y_1^2)} \right] d\psi_1, \end{aligned} \quad (12)$$

расчет которых требует использования процедуры осреднения по скоростям. Согласно Nuritdinov et al. (2008), мы имеем в частности

$$\begin{aligned} \overline{x_1(x_1 + iy_1)} &= x(x + iy)H_\alpha^2 + [x\overline{(u + i\vartheta)} \\ &+ (x + iy)\overline{u}]H_\alpha H_\beta + \overline{u(u + i\vartheta)}H_\beta^2, \\ \overline{x_1^2 + y_1^2} &= (x^2 + y^2)H_\alpha^2 \\ &+ 2(x\overline{u} + y\overline{\vartheta})H_\alpha H_\beta + (\overline{u^2 + \vartheta^2})H_\beta^2, \end{aligned}$$

где  $u$  и  $\vartheta$  — компоненты скорости по  $x$  и  $y$  соответственно,

$$\begin{aligned} H_\alpha &= \frac{\cos\psi(\lambda + \cos\psi_1) + \sin\psi\sin\psi_1}{1 + \lambda\cos\psi}, \\ H_\beta &= (1 - \lambda^2)^{-3/2} [\sin\psi_1(\lambda + \cos\psi) \\ &- \sin\psi(\lambda + \cos\psi_1)]. \end{aligned}$$

Подставляя эти результаты в (11) и (12), находим отклик плотности с помощью формулы (8) и, сопоставляя полученные результаты со следующими их теоретическими выражениями

$$\delta\sigma = \sigma_0\Pi\xi^{-1}P_N^m(\xi)e^{im\varphi} = \sigma_0\Pi\xi^{-1}P_3^1(\xi)e^{i\varphi},$$

$$\begin{aligned} \delta\Phi &= 2\Pi^2 \frac{(N+m-1)!!(N-m-1)!!}{(N+m)!!(N-m)!!} \\ &\times P_N^m(\xi)e^{im\varphi} = \frac{3}{8}\Pi^2 P_3^1(\xi)e^{i\varphi}, \end{aligned}$$

получаем НАДУ для лопсайдной моды возмущения (3; 1) в дифференциальной форме

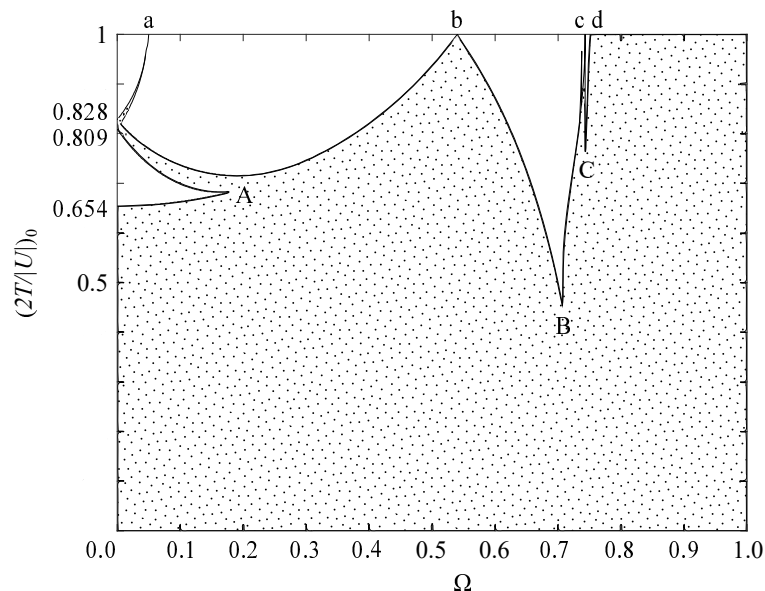
$$\begin{aligned} \Lambda_\tau(\psi) &= \frac{3h^4}{8} [\nu I_{31}^*(\psi) + (1 - \nu)K_{31}^*(\psi)] \\ &\times (\lambda + \cos\psi)^{2-\tau} \sin^\tau\psi (\tau = \overline{0-2}), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} I_{31}^*(\psi) &= [11q_1^2 + (5\Omega^2 - 4)q_3 - 10i\Omega q_1\sqrt{q_2}\sin\psi]l_0(\psi) \\ &+ [10(3 - \Omega^2)q_1q_2\sin\psi + 10i\Omega\sqrt{q_2}(q_1^2 - q_3)]l_1(\psi) \\ &+ [11q_3q_2 + (5\Omega^2 - 4)q_1^2q_2 + 10i\Omega q_1q_2^{3/2}\sin\psi]l_2(\psi) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} K_{31}^*(\psi) &= \left[ 11q_1^2 - \frac{3}{2}q_3 \right] l_0(\psi) + 25q_1q_2\sin\psi l_1(\psi) \\ &+ \left[ 11q_3q_2 - \frac{3}{2}q_1^2q_2 \right] l_2(\psi), \end{aligned}$$



**Рис. 1.** Зависимость критического значения начального вириального отношения от параметра вращения дисковой нестационарной модели (4) для лопсайдной моды (3; 1) при  $\nu = 0.5$ . Область неустойчивости заштрихована. Здесь А (0.177; 0.683), В (0.712; 0.419), С (0.742; 0.734), а = 0.050, b = 0.540, c = 0.743, d = 0.749.

$$\text{причем } h_1 = \frac{1}{1 + \lambda \cos \psi}, \quad q_1 = \lambda + \cos \psi, \\ q_2 = 1 - \lambda^2, \quad q_3 = q_2 \sin^2 \psi.$$

Неизвестные функции в правой части (13) имеют следующий вид:

$$l_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) A_{31}(\psi_1) \\ \times (\lambda + \cos \psi_1)^{2-\tau} (\sin \psi_1)^\tau d\psi_1.$$

НАДУ (13) есть система трех дифференциальных уравнений второго порядка. Так как здесь искомые функции являются комплексными, то разделяя каждую из них на реальную и мнимую части, получаем систему из 12 дифференциальных уравнений первого порядка. Она не поддается аналитическому рассмотрению и поэтому была решена нами численно. При этом мы используем метод устойчивости периодических решений (Malkin, 1958), а именно: задавая последовательно начальные условия в виде одной строки единичной матрицы, выполняем интегрирование до точки  $\psi = 2\pi$ . Таким путем мы получаем характеристическое уравнение из решений в точке  $2\pi$ . В ходе этих численных расчетов, меняя значения параметров вращения  $\Omega$ , суперпозиции  $\nu$  и амплитуды пульсации  $\lambda$  в интервале от 0 до 1, мы также вычислили корни характеристического уравнения для каждого случая. Если модуль одного из корней характеристического уравнения больше единицы при фиксированных значениях этих параметров, то модель становится неустойчивой относительно

лопсайдной моды возмущения (3; 1). Таким образом, определены критические значения начального вириального отношения  $(2T/|U|)_0^*$  и полученные результаты представлены в виде критических диаграмм начального вириального отношения от параметра вращения для различных значений параметра суперпозиции  $\nu$  (см., например, рис. 1).

Анализ полученных результатов численного расчета НАДУ (13) для  $\nu = 0.5$  показывает, что при  $\Omega = 0$  в интервале значений начального вириального отношения  $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.654$  неустойчивость моды (3; 1) носит аperiодический характер, а в интервале  $0.809 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.828$  — колебательный. А когда анизотропная дисковая модель (4) начинает вращаться, наблюдается только колебательная неустойчивость.

Как видно из критической диаграммы (рис. 1), в интервале значения параметра вращения  $0 < \Omega < 0.177$  внутри области неустойчивости наблюдается «полуостров» устойчивости. С увеличением значений параметра вращения также растет и основная область неустойчивости, то есть наступление неустойчивости начинается при больших значениях начального вириального отношения. Здесь также заметим, что в диапазоне  $0.5 < \Omega < 0.54$  область неустойчивости резко увеличивается до максимального значения начального вириального отношения. Затем вращение в области  $0.65 < \Omega < 0.74$  играет как бы стабилизирующую роль. А начиная со значения параметра вращения  $\Omega \geq 0.749$ , анизотропная дисковая модель (4) полностью неустойчива относительно данной лопсайдной моды возмущений.

3.2. Случай  $N = 5, m = 1$

имеет следующий вид:

$$\delta\Phi = A_{51}(\psi)r^4(x + iy). \quad (14)$$

Этот случай явно относится к категории крупномасштабных мод возмущений, и неустойчивость данной моды также вносит весомый вклад в явление смещения ядра от геометрического центра системы. Для данной моды потенциал возмущения

Подставляя (14) в (6), напишем данное интегральное представление решения по отдельным компонентам вектора  $\overline{\delta r}$ :

$$\overline{\delta x} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) A_{51}(\psi_1) \left[ \overline{4x_1(x_1^2 + y_1^2)(x_1 + iy_1)} + \overline{(x_1^2 + y_1^2)^2} \right] d\psi_1,$$

$$\overline{\delta y} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) A_{51}(\psi_1) \left[ \overline{4y_1(x_1^2 + y_1^2)(x_1 + iy_1)} + \overline{i(x_1^2 + y_1^2)^2} \right] d\psi_1.$$

Переходя к расчету отклика плотности и сопоставляя полученный результат с теоретическим, находим НАДУ моды (5; 1) для дисковой модели (4) в дифференциальной форме:

$$\Lambda\gamma_\tau(\psi) = \frac{15}{64} [\nu I_{51}^*(\psi) + (1 - \nu)K_{51}^*(\psi)] (\lambda + \cos\psi)^{4-\tau} \sin^\tau\psi \quad (\tau = \overline{0-4}). \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } I_{51}^*(\psi) = & (29b_1^4 \cos^4\psi - b_2 \cos^3\psi \sin\psi + b_3 \cos^2\psi \sin^2\psi - b_4 \cos\psi \sin^3\psi + b_5 \sin^4\psi)\gamma_0(\psi) \\ & + [116b_1^4 \cos^3\psi \sin\psi + b_2(q_1 \cos^3\psi - 3 \cos^2\psi \sin^2\psi) + 2b_3(\cos\psi \sin^3\psi - q_1 \cos^2\psi \sin\psi) \\ & + b_4(3q_1 \cos\psi \sin^2\psi - \sin^4\psi) - 4b_5q_1 \sin^3\psi]\gamma_1(\psi) + [174b_1^4 \cos^2\psi \sin^2\psi \\ & - 3b_2(\cos\psi \sin^3\psi - q_1 \cos^2\psi \sin\psi) + b_3(\sin^4\psi - 4q_1 \cos\psi \sin^2\psi + q_1^2 \cos^2\psi) \\ & + 3b_4(q_1 \sin^3\psi - q_1^2 \cos\psi \sin\psi) + 6b_5q_1^2 \sin^2\psi]\gamma_2(\psi) + [116b_1^4 \cos\psi \sin^3\psi \\ & + b_2(3q_1 \cos\psi \sin^2\psi - \sin^4\psi) - 2b_3(q_1 \sin^3\psi - q_1^2 \cos\psi \sin\psi) + b_4(q_1^3 \cos\psi - 3q_1^2 \sin^2\psi) \\ & - 4b_5q_1^3 \sin\psi]\gamma_3(\psi) + [29b_1^4 \sin^4\psi + b_2q_1 \sin^3\psi + b_3q_1^2 \sin^2\psi + b_4q_1^3 \sin\psi + b_5q_1^4]\gamma_4(\psi) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} K_{51}^*(\psi) = & [29p_1^4 \cos^4\psi - p_2 \cos^3\psi \sin\psi + p_3 \cos^2\psi \sin^2\psi - p_4 \cos\psi \sin^3\psi + p_5 \sin^4\psi]\gamma_0(\psi) \\ & + [116p_1^4 \cos^3\psi \sin\psi + p_2(q_1 \cos^3\psi - 3 \cos^2\psi \sin^2\psi) + 2p_3(\cos\psi \sin^3\psi - q_1 \cos^2\psi \sin\psi) \\ & + p_4(3q_1 \cos\psi \sin^2\psi - \sin^4\psi) - 4p_5q_1 \sin^3\psi]\gamma_1(\psi) + [174p_1^4 \cos^2\psi \sin^2\psi - 3p_2(\cos\psi \sin^3\psi \\ & - q_1 \cos^2\psi \sin\psi) + p_3(\sin^4\psi - 4q_1 \cos\psi \sin^2\psi + q_1^2 \cos^2\psi) + 3p_4(q_1 \sin^3\psi - q_1^2 \cos\psi \sin\psi) \\ & + 6p_5q_1^2 \sin^2\psi]\gamma_2(\psi) + [116p_1^4 \cos\psi \sin^3\psi + p_2(3q_1 \cos\psi \sin^2\psi - \sin^4\psi) - 2p_3(q_1 \sin^3\psi \\ & - q_1^2 \cos\psi \sin\psi) + p_4(q_1^3 \cos\psi - 3q_1^2 \sin^2\psi) - 4p_5q_1^3 \sin\psi]\gamma_3(\psi) + [29p_1^4 \sin^4\psi + p_2q_1 \sin^3\psi \\ & + p_3q_1^2 \sin^2\psi + p_4q_1^3 \sin\psi + p_5q_1^4]\gamma_4(\psi), \end{aligned}$$

причем

$$\begin{aligned} b_1 = h_1, \quad b_2 = (28i\Omega - 116c)\sqrt{q_2}b_1^5, \quad b_3 = (174c^2 + 98\Omega^2 - 68 - 84ic\Omega)q_2b_1^6, \\ b_4 = (136c - 196c\Omega^2 - 116c^3 + 84i\Omega^3 - 56i\Omega + 84ic^2\Omega)b_1^7q_2^{3/2}, \\ b_5 = (8 - 28\Omega^2 + 21\Omega^4 - 68c^2 + 98c^2\Omega^2 + 29c^4 - 84ic\Omega^3 + 56ic\Omega - 28ic^3\Omega)b_1^8q_2^2, \\ p_1 = h_1, \quad p_2 = -116c\sqrt{q_2}p_1^5, \quad p_3 = (174c^2 - 19)q_2p_1^6, \quad p_4 = (38c - 116c^3)p_1^7q_2^{3/2}, \\ p_5 = \left(\frac{9}{16} - 19c^2 + 29c^4\right)p_1^8q_2^2. \end{aligned}$$

Неизвестные функции  $\gamma_\tau(\psi)$  определяются следующим образом:

$$\gamma_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos\psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) A_{51}(\psi_1) (\lambda + \cos\psi_1)^{4-\tau} (\sin\psi_1)^\tau d\psi_1.$$

НАДУ (15) представляет собой систему из пяти дифференциальных уравнений второго порядка. С помощью численных результатов интегрирования (15) построены критические диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения при различных значениях параметра суперпозиции  $\nu$ . Для примера на рис. 2 приведен случай  $\nu = 0.5$ . Как видно на данной критической диаграмме моды (5; 1), при малых значениях параметра вращения внутри неустойчивой области наблюдается «полуостров» устойчивости, как и в моде (3; 1). Анализ полученных результатов показывает, что при  $\Omega = 0$  данный «полуостров» разделяет зоны с разными типами неустойчивостей: в одной области  $0.484 < (2T/|U|)_0 \leq 0.499$  имеет место колебательная неустойчивость, а в другой  $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.468$  — аперидическая. Но когда  $\Omega \neq 0$ , мы имеем дело только с колебательной неустойчивостью, несмотря на то, что наблюдаемый «полуостров» продолжается до значения  $\Omega = 0.052$ . Здесь также с увеличением параметра вращения системы область неустойчивости плавно возрастает с дополнительными ответвлениями, «верхушки» которых находятся в точках  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Однако в диапазоне значений  $0.787 < \Omega < 0.850$  параметр вращения модели (4) играет как бы стабилизирующую роль. Заметим, что в интервалах  $0.208 < \Omega < 0.380$  и  $0.439 < \Omega < 0.517$  у нас появляются «острова» устойчивости в виде треугольников. Наконец, начиная со значения параметра вращения  $\Omega \geq 0.850$ , данная анизотропная модель полностью неустойчива относительно исследуемой моды возмущения (5; 1).

#### 4. АНАЛИЗ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КОЛЛАПСИРУЮЩЕЙ ГАЛАКТИКИ

Для изучения проблемы формирования лопсайдной структуры на фоне сферически коллапсирующей галактики мы берем нелинейно неравновесную модель (Nuritdinov, 1993):

$$\Psi_S = \rho(t) \Pi^4 (\pi R \Omega_0)^{-2} f^{-\frac{1}{2}} \chi(f) [1 + \Omega r v_{\perp} \sin \theta \sin \eta (\Omega_0 R_0^2)], \quad (16)$$

где

$$f = (1 - r^2/R^2) \left( \frac{\Omega_0^2 R^2}{\Pi^4} - v_{\perp}^2 \right) - (v_r + \Omega_0 \lambda \sin \psi r / [(1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} \Pi^2])^2,$$

причем  $\Omega_0$  — угловая скорость вращения частицы в системе, а все остальные обозначения подробно описаны в работах Nuritdinov (1991; 1993).

При  $\lambda = 0$  мы имеем случай равновесной модели (Самм, 1952).

На основе общего принципа вывода НАДУ в работах Nuritdinov (1991; 1993) получено следующее уравнение в общем виде для малых возмущений на фоне нестационарной сферической модели (16):

$$\frac{1}{6} a(\psi) \Pi^3(\psi) = \frac{1}{N(N+1)} F_{1N}(\psi) + im \Omega \frac{(N-2)!}{(N+2)!} F_{2N}(\psi). \quad (17)$$

Здесь

$$F_{1N}(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} W^{N-1} E(\psi, \psi_1) \frac{dP_N(\cosh)}{d(\cosh)} d\psi_1, \\ W = \frac{1 + \lambda \cos \psi_1}{1 + \lambda \cos \psi},$$

$$F_{2N}(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} W^{N-1} E(\psi, \psi_1) \sinh \frac{d^2 P_N(\cosh)}{d(\cosh)^2} d\psi_1,$$

причем

$$\sinh = (1 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}} [(1 + \lambda \cos \psi) (1 + \lambda \cos \psi_1)]^{-1} \times ((\cos \psi + \lambda) \sin \psi_1 - \sin \psi (\cos \psi_1 + \lambda)),$$

$$\cosh = ((1 + \lambda \cos \psi) (1 + \lambda \cos \psi_1))^{-1} \times ((\cos \psi + \lambda)(\cos \psi_1 + \lambda) + (1 - \lambda^2) \sin \psi \sin \psi_1).$$

Ниже мы с помощью НАДУ (17) изучаем проблему формирования лопсайдного образования в галактиках путем анализа гравитационных неустойчивостей соответствующей структурной моды возмущения на фоне нелинейно нестационарной сферической модели (16).

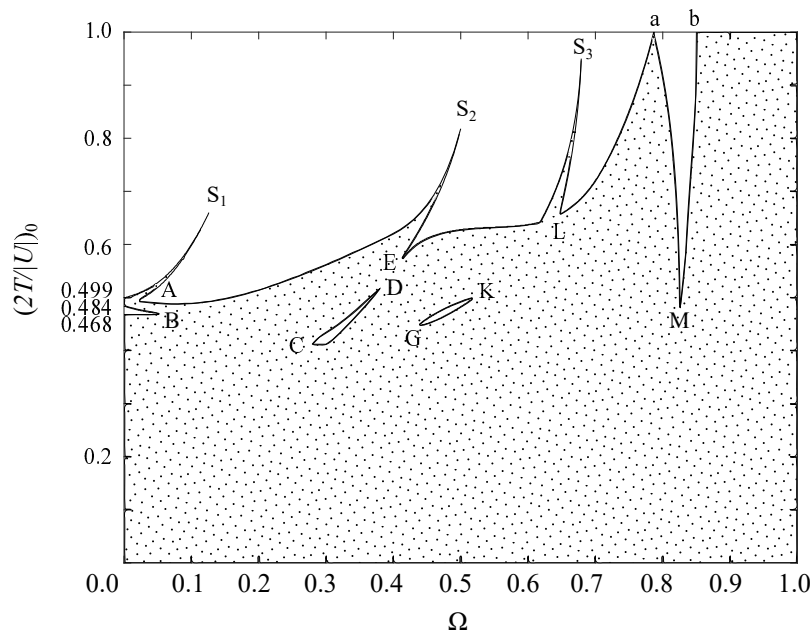
##### 4.1. Мода $N = 3; m = 1$

С помощью (17) мы имеем следующий НАДУ для данной лопсайдной моды:

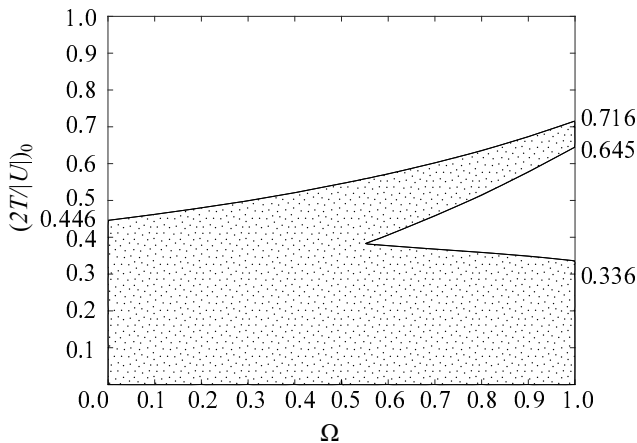
$$a_{31}(\psi) = \frac{3}{4(1 + \lambda \cos \psi)^7} \times \{ (4c^2 - e^2 s^2) \eta_0(\psi) + 10 e^2 c s \eta_1(\psi) + e^2 (4e^2 s^2 - c^2) \eta_2(\psi) - i \Omega e [c s \eta_0(\psi) - (c^2 - e^2 s^2) \eta_1(\psi) - e^2 c s \eta_2(\psi)] \},$$

где  $c = \lambda + \cos \psi$ ,  $e^2 = 1 - \lambda^2$ ,  $s = \sin \psi$ , причем  $\eta_{\tau}(\psi)$  являются неизвестными функциями и имеют следующий вид:

$$\eta_{\tau}(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) \times a_{31}(\psi_1) (\lambda + \cos \psi_1)^{2-\tau} \sin^{\tau} \psi_1 d\psi_1.$$



**Рис. 2.** Зависимость критического значения начального вириального отношения от параметра вращения дисковой нестационарной модели (4) для лопсайдной моды (5;1) при  $\nu = 0.5$ . Здесь A(0.023; 0.496), B(0.052; 0.470), C(0.280; 0.417), D(0.380; 0.519), E(0.413; 0.574), G(0.439; 0.450), K(0.517; 0.499), L(0.648; 0.657), M(0.826; 0.484), a = 0.787, b = 0.850.



**Рис. 3.** Зависимость критического значения начального вириального отношения от параметра вращения сферической нестационарной модели (16) для лопсайдной моды (3;1). Область неустойчивости заштрихована.

Если перейдем к дифференциальной форме (Nuridinov, 1993), то имеем следующее:

$$\Lambda \eta_\tau(\psi) = a_{31}(\psi)(1 + \lambda \cos \psi)^3 \times (\lambda + \cos \psi)^{2-\tau} \sin^\tau \psi \quad (\tau = \overline{0-2}). \quad (18)$$

НАДУ (18) — система трех дифференциальных уравнений второго порядка и, естественно, не поддается аналитическому рассмотрению. Поэтому она была исследована нами методом устойчивости

периодических решений (Malkin, 1958) численно. Результаты численного исследования НАДУ (18) приведены в виде критической диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения сферической нестационарной модели (16) (рис. 3).

Анализ полученных численных результатов показывает, что при угловой скорости вращения диска  $\Omega = 0$  в области  $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.280$  имеется аperiodическая неустойчивость, а в интервале  $0.281 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.446$  — колебательная, на что указывают комплексно сопряженные корни характеристического уравнения, составленного из решения НАДУ (18) в точке  $\psi = 2\pi$  методом устойчивости периодических решений (Malkin, 1958). А когда модель является вращающейся, отмечается наличие лишь колебательной неустойчивости. Как видно из рис. 3, с увеличением параметра вращения сферической модели (16) область неустойчивости плавно возрастает. Но когда параметр вращения модели стремится к своему максимальному значению, то внутри области неустойчивости наблюдается «полуостров» устойчивости в виде треугольника.

#### 4.2. Мода $N = 5; m = 1$

Подставляя  $N = 5$  и  $m = 1$  в (17), получим следующий НАДУ для данной лопсайдной моды возмущения на фоне модели (16):



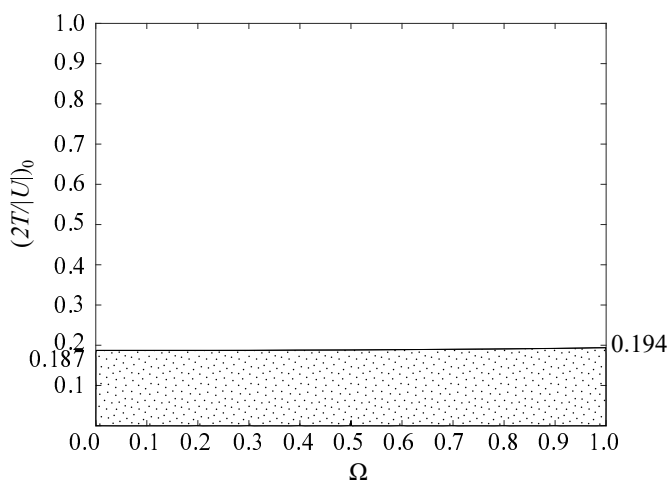
$$\Lambda\mu_\tau(\psi) = a_{51}(\psi)(1 + \lambda \cos \psi)^3 \times (\lambda + \cos \psi)^{4-\tau} \sin^\tau \psi \quad (\tau = \overline{0-4}), \quad (19)$$

где

$$a_{51}(\psi) = \frac{3}{8(1 + \lambda \cos \psi)^{11}} \{ (8c^4 - 12c^2e^2s^2 + e^4s^4) \mu_0(\psi) + 28e^2cs(2c^2 - e^2s^2) \mu_1(\psi) + 2e^2(51e^2s^2c^2 - 6c^4 - 6e^4s^4) \mu_2(\psi) + 28e^4cs(2e^2s^2 - c^2) \mu_3(\psi) + e^4(c^4 - 12e^2s^2c^2 + 8e^4s^4) \mu_4(\psi) + i\Omega e[cs(e^2s^2 - 2c^2) \mu_0(\psi) + (2c^4 - 9e^2c^2s^2 + e^4s^4) \mu_1(\psi) + 9e^2cs(c^2 - e^2s^2) \mu_2(\psi) + e^2(9e^2c^2s^2 - c^4 - 2e^4s^4) \mu_3(\psi) + e^4cs(2e^2s^2 - c^2) \mu_4(\psi)] \},$$

причем

$$\mu_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) a_{51}(\psi_1) (\lambda + \cos \psi_1)^{4-\tau} \sin^\tau \psi_1 d\psi_1.$$



**Рис. 4.** Зависимость критического значения начального вириального отношения от параметра вращения сферической нестационарной модели (16) для лопсайдной моды (5; 1).

С помощью численного анализа НАДУ (19) методом устойчивости периодических решений (Malkin, 1958) построены критические зависимости между начальным вириальным отношением  $(2T/|U|)_0$  и параметром вращения  $\Omega$  модели (16) (рис. 4). Критическая диаграмма моды (5; 1) на рис. 4 показывает, что область неустойчивости очень медленно увеличивается с ростом значений параметра вращения сферической модели (16) и область устойчивости относительно больше, чем в случае моды (3; 1). Таким образом, неустойчивость лопсайдной моды (5; 1) очень слабо зависит от степени вращения модели. Также с помощью анализа полученных результатов численного расчета НАДУ (19) мы выявили, что неустойчивости невращающейся модели (16) при малых и умеренных значениях начального вириального

отношения физически различаются: в области  $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.132$  происходит неустойчивость радиальных орбит, а при его умеренных значениях ( $0.132 < (2T/|U|)_0 \leq 0.187$ ) мы имеем дело с колебательно-резонансной неустойчивостью. А когда модель (16) имеет вращение, наблюдается только колебательная неустойчивость.

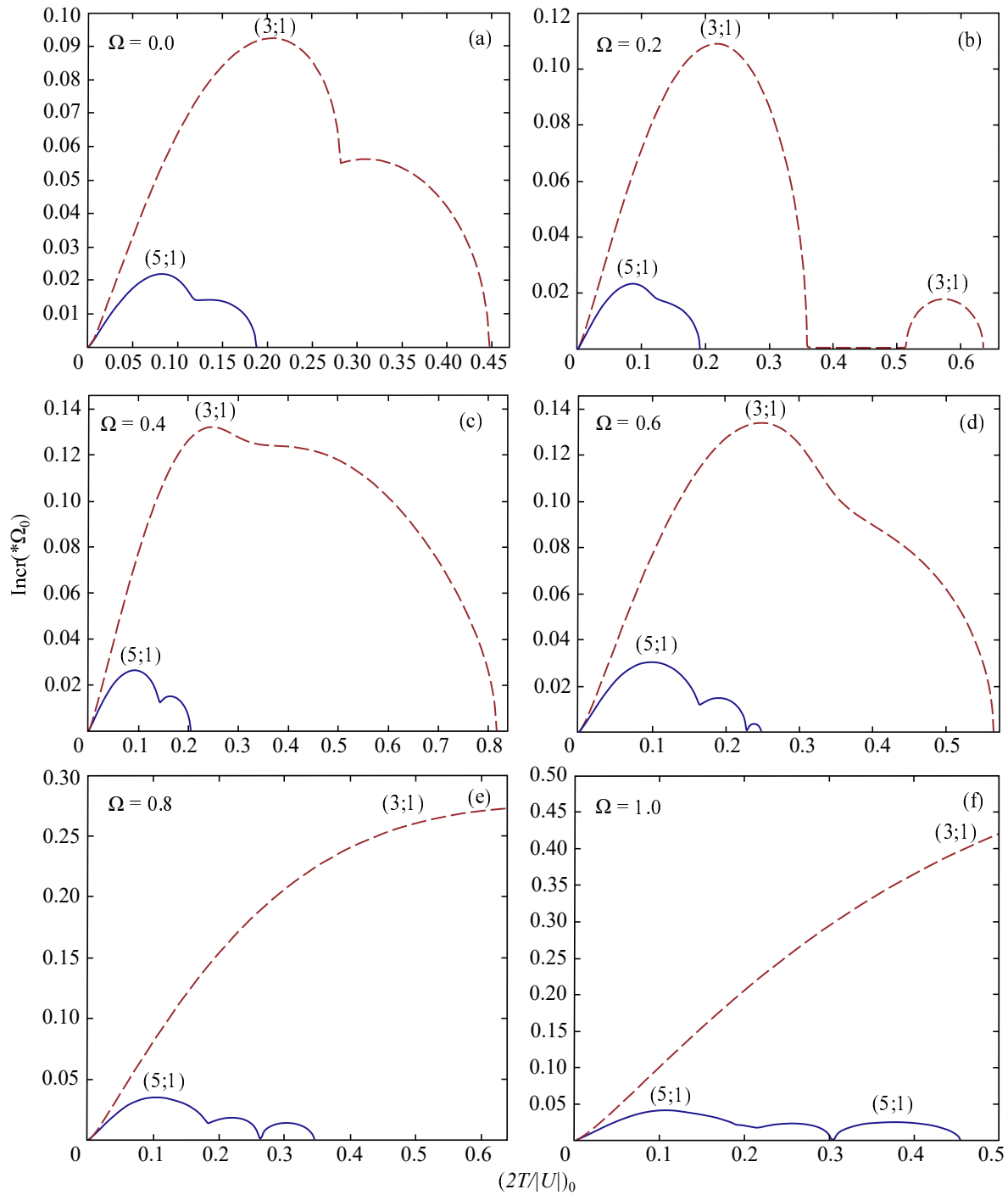
## 5. СРАВНЕНИЕ ЛОПСАЙДНЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

В ходе численных расчетов НАДУ лопсайдных мод возмущений для каждого значения  $\lambda$  также вычислялись соответствующие значения инкрементов неустойчивостей по формуле

$$\text{Incr} = \frac{\ln(|k_{\max}|)}{P(\lambda)},$$

где  $\ln|k_{\max}|$  — натуральный логарифм от наибольшего значения модуля корня характеристического уравнения. Отметим, что эти инкременты дают нам, в частности, характерные времена проявления соответствующих неустойчивостей. Исходя из этого, мы построили зависимости инкрементов неустойчивостей лопсайдных мод от начального вириального отношения при различных значениях параметра вращения модели.

Прежде всего, интересно сравнить инкременты неустойчивостей лопсайдных мод возмущений на фоне нелинейно нестационарной дисковой модели (4). Как видно из рис. 5, на фоне дисковой модели мода (3; 1) всегда доминирует над модой (5; 1). Таким образом, можно заключить, что в среднем мода (3; 1) является более неустойчивой по сравнению с модой (5; 1). В то же время заметим, что мода (3; 1) имеет относительно широкий диапазон значений начального вириального отношения, где

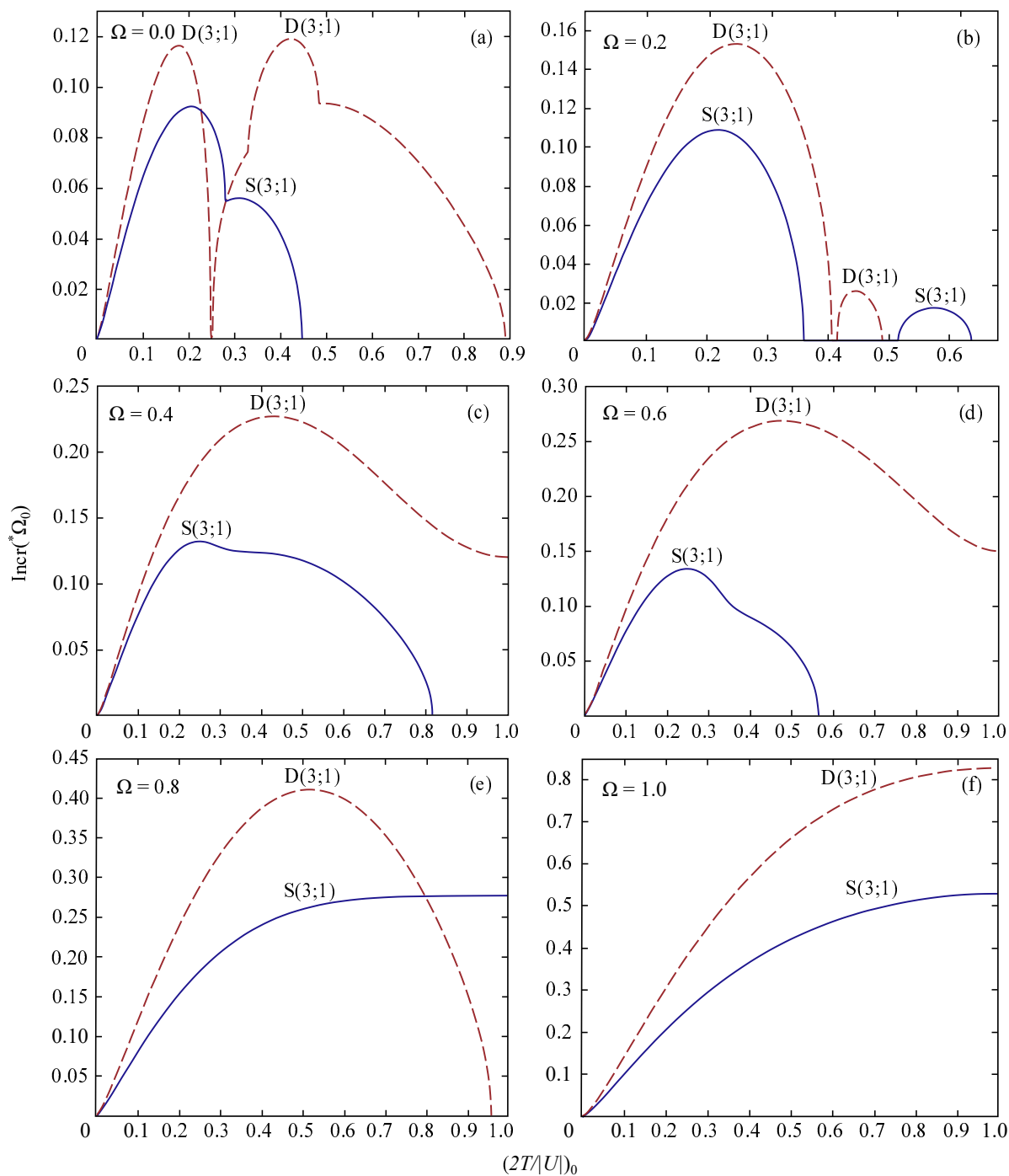


**Рис. 5.** Сравнение инкрементов неустойчивостей лопсайдных мод возмущений (3;1) и (5;1) на фоне нелинейно нестационарной дисковой модели (4) для различных значений параметра вращения  $\Omega$ .

формируется лопсайдная структура, по сравнению с модой (5;1).

Для сравнительного анализа устойчивости дисковой (4) и сферической (16) нелинейно нестационарных моделей относительно неустойчивостей лопсайдной моды возмущений мы также построили графики зависимостей инкрементов неустойчиво-

сти от начального вириального отношения моделей при различных значениях параметра вращения системы (рис. 6). На этих графиках сразу бросается в глаза то, что лопсайдная мода является неустойчивой преимущественно в нестационарном диске (4) по сравнению с такой неустойчивостью в сферической неравновесной модели (16).



**Рис. 6.** Сравнение инкрементов неустойчивостей лопсайдной моды (3; 1) на фоне нелинейно нестационарных дисковой (4) при  $\nu = 1$  и сферической (16) моделей для различных значений параметра вращения  $\Omega$ .

Сравнение этих моделей относительно неустойчивости лопсайдной моды возмущений представляет своеобразную картину. Рисунок 6 также показывает, что с увеличением значений параметра вращения системы на фоне неравновесной сферической модели (16) темп проявления неустойчивости возрастает очень медленно по сравнению с темпом в модели нестационарного диска (4). Точно так

же при увеличении значения параметра вращения интервал значений начального вириального отношения для формирования лопсайдной структуры в нестационарной дисковой модели стремится охватить весь диапазон возможных его значений, когда наблюдается, что рост данного интервала очень слабо зависит от степени вращения сферической модели. Также отметим, что обе невращающиеся

ся сферическая и дисковая неравновесные модели обладают чередующимися областями неустойчивостей с периодическим и аperiodическим характерами в зависимости от значений начального вириального отношения. Но когда модели имеют вращение, то наблюдается только колебательная неустойчивость.

Таким образом, полученные результаты сравнительного анализа показывают, что физика неустойчивости лопсайдных мод возмущений на фоне нелинейно нестационарных моделей самогравитирующих систем носит сложный характер в зависимости от значения начального вириального отношения и параметра вращения моделей. Установлено, что на фоне нестационарной дисковой модели (4) возможность формирования лопсайдной структуры всегда больше, чем на фоне сферической неравновесной модели (16), независимо от значений начального вириального отношения  $(2T/|U|)_0$  и параметра вращения  $\Omega$ .

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Здесь кратко перечислим полученные основные результаты:

1. Для исследования проблемы формирования лопсайдной структуры в спиральных галактиках построена нелинейно нестационарная дисковая модель с анизотропной диаграммой скоростей. Получены НАДУ для крупномасштабных лопсайдных мод возмущений в рамках данной дисковой модели.

2. На основе численных расчетов полученных нами НАДУ построены критические диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения модели (4) для рассмотренных лопсайдных мод возмущений.

3. Найдены критические значения для параметров дисковой модели, при которых наблюдается сложный резонансный эффект и в результате чего неустойчивость лопсайдных мод доминируют во всем диапазоне значений начального вириального отношения системы.

4. Выявлены механизмы и критерии происхождения явления смещения ядра на фоне нелинейно нестационарной дисковой модели.

5. Сравнительный анализ инкрементов гравитационной неустойчивости лопсайдных мод возмущений (3; 1) и (5; 1) на фоне дисковой нелинейно пульсирующей модели (4) показывает, что в среднем мода (3; 1) является более неустойчивой по сравнению с модой (5; 1). В то же время заметим, что мода (3; 1) имеет относительно широкий диапазон значений начального вириального отношения, где формируется лопсайдная структура, по сравнению с модой (5; 1).

6. Для выяснения зависимости лопсайдного эффекта от геометрии гравитирующей системы получены результаты анализа проблемы гравитационной неустойчивости лопсайдных мод возмущений также и в рамках сферической пульсирующей модели.

7. Проведен сравнительный анализ дисковой (4) и сферической (16) нелинейно нестационарных моделей относительно гравитационных неустойчивостей лопсайдных мод возмущений. Установлено, что с увеличением значений параметра вращения системы на фоне неравновесной сферической модели темп проявления неустойчивости лопсайдных мод возмущений возрастает очень медленно по сравнению с темпом в модели нестационарного диска. Точно так же при увеличении значения параметра вращения интервал значений начального вириального отношения для формирования лопсайдной структуры в нестационарной дисковой модели стремится охватить весь диапазон возможных его значений, причем наблюдается, что рост данного интервала очень слабо зависит от степени вращения сферической модели.

8. Выявлено, что обе (сферическая и дисковая) неравновесные модели в случае отсутствия вращения обладают чередующимися областями неустойчивостей с периодическим и аperiodическим характерами в зависимости от значений начального вириального отношения. Однако при вращении моделей мы имеем дело только с колебательной неустойчивостью.

9. Установлено, что в рамках нестационарной дисковой модели (4) вероятность формирования лопсайдальной структуры всегда больше, чем при сферической неравновесной модели (16), независимо от значений начального вириального отношения  $(2T/|U|)_0$  и параметра вращения  $\Omega$ .

10. Показано, что физика неустойчивости лопсайдных мод возмущений в рамках нелинейно нестационарных моделей самогравитирующих систем носит сложный характер в зависимости от значения начального вириального отношения и параметра вращения системы.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают искреннюю благодарность рецензенту за интерес к нашей работе, полезные замечания и предложения.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа финансировалась за счет средств бюджета институтов.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. Andersen and M. A. Bershad, ASP Conf. Ser., **275**, 39 (2002). DOI:10.48550/arXiv.astro-ph/0201406
2. R. A. Angiras, C. J. Jog, K. S. Dwarakanath, and M. A. W. Verheijen, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **378** (1), 276 (2007). DOI:10.1111/j.1365-2966.2007.11779.x
3. R. A. Angiras, C. J. Jog, A. Omar, and K. S. Dwarakanath, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **369** (4), 1849 (2006). DOI:10.1111/j.1365-2966.2006.10418.x
4. V. A. Antonov, Trudy Astronomicheskoy Observatorii Leningrad **32** (52), 79 (1976).
5. J. E. Baldwin, D. Lynden-Bell, and R. Sancisi, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **193**, 313 (1980). DOI:10.1093/mnras/193.2.313
6. J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics* (Princeton University Press, Princeton, N.J., 1987).
7. G. S. Bisnovatyi-Kogan, Astrophysics **35** (2-3), 410 (1993). DOI:10.1007/BF01003996
8. G. S. Bisnovatyi-Kogan and Y. B. Zel'dovich, Astrofizika **6**, 387 (1970).
9. F. Bournaud, F. Combes, C. J. Jog, and I. Puerari, Astron. and Astrophys. **438** (2), 507 (2005a). DOI:10.1051/0004-6361:20052631
10. F. Bournaud, C. J. Jog, and F. Combes, Astron. and Astrophys. **437** (1), 69 (2005b). DOI:10.1051/0004-6361:20042036
11. G. L. Camm, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **112**, 155 (1952). DOI:10.1093/mnras/112.2.155
12. D. Christlein and D. Zaritsky, Astrophys. J. **680** (2), 1053 (2008). DOI:10.1086/587468
13. D. Espada, L. Verdes-Montenegro, W. K. Huchtmeier, et al., Astron. and Astrophys. **532**, id. A117 (2011). DOI:10.1051/0004-6361/201016117
14. A. M. Fridman and V. L. Polyachenko, *Physics of gravitating systems, Vol. 1, Equilibrium and stability* (Springer Berlin, Heidelberg, 1984). DOI:10.1007/978-3-642-87830-5
15. A. B. Heller, N. Brosch, E. Almoznino, et al., Monthly Notices Royal Astron. Soc. **316** (3), 569 (2000). DOI:10.1046/j.1365-8711.2000.03532.x
16. T. H. Jarrett, T. Chester, R. Cutri, et al., Astron. J. **125** (2), 525 (2003). DOI:10.1086/345794
17. C. J. Jog, Astrophys. J. **488** (2), 642 (1997). DOI:10.1086/304721
18. C. J. Jog, Astron. and Astrophys. **391**, 471 (2002). DOI:10.1051/0004-6361:20020832
19. C. J. Jog and F. Combes, Physics Reports **471** (2), 75 (2009). DOI:10.1016/j.physrep.2008.12.002
20. C. J. Jog and A. Maybhate, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **370** (2), 891 (2006). DOI:10.1111/j.1365-2966.2006.10529.x
21. I. G. Malkin, *Theory of Stability of Motion* (United States Atomic Energy Commission, 1952). DOI:10.1093/mnras/112.2.155
22. K. T. Mirtadjieva, S. N. Nuritdinov, J. K. Ruzibaev, and M. Khalid, Astrophysics **54** (2), 184 (2011). DOI:10.1007/s10511-011-9171-z
23. E. Noordermeer, L. S. Sparke, and S. E. Levine, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **328** (4), 1064 (2001). DOI:10.1046/j.1365-8711.2001.04924.x
24. S. Nuritdinov, Astron. Zh. **68**, 763 (1991).
25. С. Н. Нуритдинов, *Нелинейные модели и физика неустойчивости неравновесных бесстолкновительных самогравитирующих систем*, автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук (SPBU, Saint-Petersburg, 1993).
26. S. N. Nuritdinov, K. T. Mirtadjieva, and M. Sultana, Astrophysics **51** (3), 410 (2008). DOI:10.1007/s10511-008-9027-3
27. С. Н. Нуритдинов, *Нелинейные волны и колебания в самогравитирующих дискообразных системах* (TURON-IQBOL, Tashkent, 2023).  
S. N. Nuritdinov, *Nonlinear waves and oscillations in self-gravitating disk-shaped systems* (TURON-IQBOL, Tashkent, 2023).
28. H. V. Peiris and S. Tremaine, Astrophys. J. **599** (1), 237 (2003). DOI:10.1086/378638
29. T. Reichard, T. Heckman, J. Lotz, and R. Somerville, Bull. Amer. Astron. Soc. **42**, 238 (2010).
30. T. A. Reichard, T. M. Heckman, G. Rudnick, et al., Astrophys. J. **677** (1), 186 (2008). DOI:10.1086/526506
31. T. A. Reichard, T. M. Heckman, G. Rudnick, et al., Astrophys. J. **691** (2), 1005 (2009). DOI:10.1088/0004-637X/691/2/1005
32. K. Saha, F. Combes, and C. J. Jog, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **382** (1), 419 (2007). DOI:10.1111/j.1365-2966.2007.12382.x
33. T. S. Statler, Astron. J. **121** (1), 244 (2001). DOI:10.1086/318047
34. R. A. Swaters, R. H. M. Schoenmakers, R. Sancisi, and T. S. van Albada, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **304** (2), 330 (1999). DOI:10.1046/j.1365-8711.1999.02332.x
35. R. A. Swaters, T. S. van Albada, J. M. van der Hulst, and R. Sancisi, Astron. and Astrophys. **390**, 829 (2002). DOI:10.1051/0004-6361:20011755
36. J. van Eymeren, E. Jütte, C. J. Jog, et al., Astron. and Astrophys. **530**, id. A29 (2011a). DOI:10.1051/0004-6361/201016177
37. J. van Eymeren, E. Jütte, C. J. Jog, et al., Astron. and Astrophys. **530**, id. A30 (2011b). DOI:10.1051/0004-6361/201016178
38. M. D. Weinberg, Astrophys. J. **455**, L31 (1995). DOI:10.1086/309803
39. X. Wu, H. Zhao, and B. Famaey, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2010** (6), id. 010 (2010). DOI:10.1088/1475-7516/2010/06/010
40. D. Zaritsky and H.-W. Rix, Astrophys. J. **477** (1), 118 (1997). DOI:10.1086/303692

## On the Theory of Formation of Lopsided Spiral Galaxies

K. T. Mirtajieva<sup>1</sup>, S. N. Nuritdinov<sup>2</sup>, and A. U. Omonov<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Astronomical Institute of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, 100052 Uzbekistan

<sup>2</sup>National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, 100174 Uzbekistan

<sup>3</sup>Institute of Fundamental and Applied Research, National Research University TIIAME, Tashkent, 100000 Uzbekistan

In this paper, the phenomenon of lopsidedness associated with the observed effect of displacement of the core of a spiral galaxy from its geometric center is explained by the gravitational instability of individual perturbation modes. The main ones are perturbation modes with radial wave numbers  $N = 3$  and  $N = 5$ , where the azimuthal index is  $m = 1$ . Unlike other authors, we studied the lopsided instability phenomenon against the background of a non-stationary model of a nonlinearly pulsating disk. The mechanisms and criteria for the origin of the phenomenon of displacement of the core in spiral galaxies are revealed. In addition, to determine the dependence of this effect on the geometry of the gravitating system, we also carried out an analysis of lopsided perturbation modes in the framework of a spherical nonstationary model.

Keywords: *instabilities—methods: numerical—galaxies: disk—galaxies: formation*