

ПЯТЕННЫЙ АНАЛИЗ ЖЕСТКО ВРАЩАЮЩИХСЯ Ap-ЗВЕЗД

В. С. Лебедев

Предложен метод поиска распределения химических элементов по поверхности вращающихся звезд в рамках пятенной модели наклонного ротатора. Задача сведена к нахождению коэффициентов разложения наблюдаемых кривых изменения эквивалентной ширины и лучевой скорости спектральной линии в ряд по некоторым собственным функциям. Рассчитаны таблицы значений этих функций для разных ориентаций звезды, различных положений и размеров пятен. Найдено распределение Eu в магнитной звезде 21 Per в виде двух пятен с диаметрами 130 и 150°.

A method of search for the distribution of chemical elements over the surface of rotating stars is suggested within the framework of a spot oblique — rotator model. The object is to find the expansion coefficients of the observed curves of the equivalent width and radial velocity variation of a spectral line into series in certain eigen functions. Tables of the values for these functions are calculated for various orientations of a star, divers positions and sizes of spots. The distribution of Eu in the magnetic star 21 Per is found as having the form of two spots with diameters 130° and 150° each.

1. Постановка задачи

Задачей данной работы является разработка метода нахождения распределения химических элементов по поверхности магнитных звезд, математически корректного и не приводящего к физически бессмысленным результатам.

Из спектральных наблюдений мы получаем кривые изменения лучевых скоростей \tilde{V} и интенсивностей линий поглощения \tilde{W} различных элементов. С точки зрения модели наклонного ротатора эти изменения вызваны неравномерным распределением химических элементов по поверхности вращающихся звезд. Период вращения P находится обычной для исследователей переменных звезд процедурой, и кривые \tilde{V} и \tilde{W} можно получить как функции угла поворота звезды Φ .

Рассмотрим сферическую звезду, вращающуюся как твердое тело вокруг оси, которая составляет угол i с лучом зрения. Пусть линейная скорость вращения на

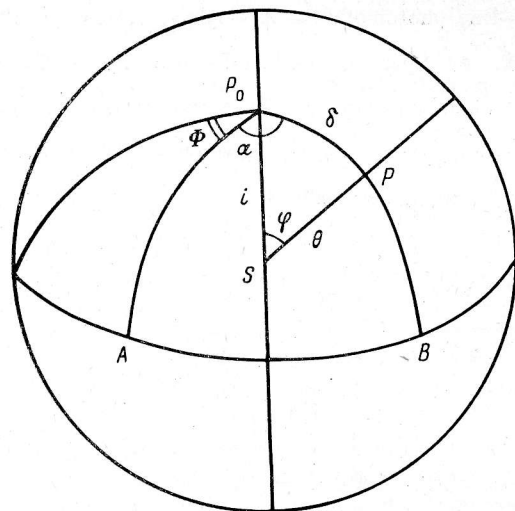


Рис. 1. Геометрия вращающейся звезды.

экваторе равна V_e . На рис. 1 P_0 — полюс вращения; S — центр видимого диска звезды; P_0A — начальный меридиан; P — произвольная точка на поверхности; α и δ — координаты точки P в системе, связанной со звездой; φ и θ — координаты точки P в неподвижной системе.

Если $w = w(\alpha, \delta)$ — искомое распределение эквивалентной ширины спектральной линии, то наблюдаемое значение выражается интегралом

$$W(\Phi, i) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} w(\alpha, \delta) \Lambda(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где $\sin \theta d\theta d\varphi$ — элемент поверхности в сферических координатах для единичного радиуса; $\Lambda(\theta)$ — нормированный коэффициент потемнения звезды к краю, а множитель $\cos \theta$ появляется из-за проекции элемента поверхности на картинную плоскость.

Поскольку лучевая скорость элемента поверхности равна $V_e \sin i \sin \varphi \sin \theta$, то ее интегральное значение выражается:

$$V(\Phi, i) = V_e \sin i \Omega(\Phi, i) / W(\Phi, i),$$

где

$$\Omega(\Phi, i) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} w(\alpha, \delta) \Lambda(\theta) \sin \varphi \cos \theta \sin^2 \theta d\theta d\varphi. \quad (2)$$

К сожалению, мы не можем наблюдать одну и ту же звезду под разными углами наклона, поэтому определение двумерной функции $w(\alpha, \delta)$ путем решения интегрального уравнения (1) или (2) не представляется возможным.

Можно было бы искать распределение элементов только как функцию от α , тогда уравнение (1) будет представлять собой интегральное уравнение Фредгольма I рода, которое можно решить, например, методом регуляризации [1, 2], или как-нибудь иначе сузить класс функций, среди которых ищется решение.

В данной работе будем искать $w(\alpha, \delta)$ постоянной на участках поверхности звезды в виде круглых пятен, которые характеризуются координатами центра α_k, δ_k , размером (радиусом) r_k и «интенсивностью» A_k .

Интегрирование в (1) при $A_k = 1$ дает «собственную» функцию пятна

$$W_k(\Phi, i) = W(\Phi, i, \alpha_k, \delta_k, r_k).$$

В силу аддитивности эквивалентной ширины находим разложение наблюдаемой величины в ряд по этим функциям:

$$W(\Phi, i) = \sum_{k=1}^n A_k W_k(i, \Phi).$$

Тогда задача сводится к определению неизвестных $n, i, A_k, \alpha_k, \delta_k, r_k$ ($k = 1, 2, \dots, n$) из требования $\min \|\tilde{W}(\Phi) - W(\Phi, i)\|$, где $\|\cdot\|$ — норма в некотором функциональном пространстве. Для поиска минимума таких функционалов можно использовать обычные процедуры численной оптимизации, эффективность которых зависит от вида функционала.

Те же неизвестные входят и в выражение для лучевой скорости. Но измерение \tilde{V} удобнее использовать для определения экваториальной скорости, поскольку в силу неаддитивности лучевой скорости ее нельзя представить разложением в ряд, аналогичным разложению эквивалентной ширины:

$$V_e = \tilde{V}(\Phi) W(\Phi, i) / \Omega(\Phi, i) \sin i.$$

Некоторым контролем найденных таким образом i, V_e и $w(\alpha, \delta)$ является разумное значение радиуса звезды R , определяемое из соотношения

$$V_e = 2\pi R / P.$$

Реализация такой программы встречает трудности, как вычислительные, так и принципиальные, на которые указывает опыт применения метода гармонического анализа А. Дейча. Эти трудности связаны с несомненно более

грубым описанием спектральной линии только ее двумя интегральными характеристиками. Анализ контуров спектральных линий позволяет разделить их на ряд компонент, каждая из которых характеризуется эквивалентной шириной и лучевой скоростью. Таким образом, количество используемой информации возрастает в n раз, где n — число компонент. Полученные кривые $W_k(\Phi)$ и $V_k(\Phi)$ можно уже непосредственно сравнивать с рассчитанными собственными функциями и из такого сравнения определить характеристики «пятен». Пример такого сравнения приведен в п. 3.

2. Вычисление «собственных» функций

Для вычисления интегралов (1) и (2) естественно перейти к системе координат с осью z , проходящей через центр пятна. Тогда

$$W_k(\Phi, i) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_k} h(\theta) w(\alpha', \delta') \cos \theta \sin \delta' d\delta' d\alpha',$$

$$\Omega_k(\Phi, i) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_k} h(\theta) w(\alpha', \delta') \cos \theta \sin \theta \sin \varphi \sin \delta' d\delta' d\alpha',$$

где функция

$$h(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \cos \theta > 0, \\ 0 & \text{при } \cos \theta \leq 0, \end{cases}$$

введена для учета излучения с видимого полушария звезды.

Связь $i, \Phi, \alpha_k, \delta_k, \alpha', \delta', \theta, \varphi$ находится с помощью формул сферической тригонометрии.

Для расчета функций V_k и W_k была составлена АЛГОЛ-программа. На ЭВМ М-222 в САО АН СССР получены таблицы (с шагом 10° по i, δ, Φ и с шагом 5° по r) этих функций, нормализованных на максимальное значение. Поскольку зависимость от α входит через $\Phi - \alpha$, то вычисления проводились только для $\alpha = 180^\circ$.

3. Определение параметров «пятен» Европы у 21 Рег

В ряде случаев можно довольно уверенно уже на спектрограмме или на регистрограмме разделить спектральные линии на компоненты, приписываемые различным пятнам, и получить кривые $\tilde{V}(\Phi)$ и $\tilde{W}(\Phi)$ для каждого пятна отдельно. Тогда можно найти характеристики пятен путем сравнения

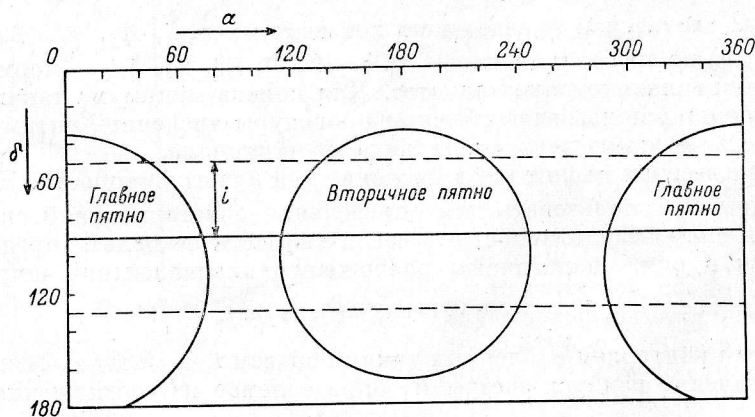


Рис. 2. Распределение E_{II} по поверхности звезды 21 Рег.

ваемые различным пятнам, и получить кривые $\tilde{V}(\Phi)$ и $\tilde{W}(\Phi)$ для каждого пятна отдельно. Тогда можно найти характеристики пятен путем сравнения

ТАБЛИЦА 1

Ф, град	Главное пятно		Вторичное пятно	
	W, м Å	V, км/сек.	W, м Å	V, км/сек.
0	68.0	+ 0.0	0.0	-18.0
18	65.0	+ 4.5	1.5	-17.5
36	59.1	+ 8.5	2.9	-17.0
54	50.2	+12.0	5.8	-16.5
72	38.4	+14.5	11.6	-16.0
90	26.6	+17.0	19.0	-14.0
108	17.7	+18.5	26.3	-12.5
126	8.9	+19.5	35.0	-10.5
144	3.0	+20.0	42.3	- 8.0
162	1.5	+20.5	49.5	- 5.0
180	0.0	+20.5	51.0	- 2.5
198	1.5	-17.0	49.5	+ 1.0
216	3.0	-17.0	42.3	+ 4.0
234	8.9	-16.5	35.0	+ 7.0
252	17.7	-16.0	26.3	+10.0
270	26.6	-14.5	19.0	+13.5
288	38.4	-12.5	11.6	+15.5
306	50.2	-10.0	5.8	+17.5
324	59.1	- 6.5	2.9	+18.5
342	65.0	- 3.5	1.5	+19.0
360	68.0	- 0.0	0.0	+19.0

этих кривых с данными рассчитанных таблиц. Для сокращения поиска можно предварительно оценить угол наклона i и широту пятна δ .

Данные для линии $\text{EuII } \lambda 4129.73$ звезды $21 \text{ Per} = \text{HD } 18296$ ($A_{\text{op}}, m = 5^m 18, P = 2.884, i = 35^\circ, V \sin i = 25 \text{ км/сек.}, R = 2.6 R_{\odot}$) были взяты из [3] и приведены в табл. 1.

Результаты такого сравнения приведены в табл. 2, а развертка звезды в меркаторской проекции с найденным распределением на рис. 2.

ТАБЛИЦА 2

Пятно	α , град	δ , град	τ , град	A , м Å
главное	0	110	75	47
вторичное	180	100	65	34

При этом получаются следующие глобальные характеристики звезды: угол наклона $i = 40$, экваториальная скорость вращения $V_e = 38 \text{ км/сек.}$ и радиус $R = 2.4 R_{\odot}$.

4. Сравнение разработанного метода с другими методами

Для поиска распределения химических элементов по поверхности вращающихся Ар-звезд ранее предлагались два метода: метод гармонического анализа, разработанный А. Дейчем [4], и метод анализа профилей спектральных линий, предложенный В. Л. Хохловой [5]. В методе Дейча распределение ищется в виде разложения по шаровым функциям, которые, вообще говоря, не являются знакопостоянными, поэтому могут появляться решения с отрицательной интенсивностью, не имеющие физического смысла. Кроме того, на практике такое разложение определяется при малом числе членов, поэтому оно способно описать только крупномасштабное распределение. Другим недостатком является необходимость использования данных об изменении эффективного магнитного поля. Обобщенному методу гармонического

анализа, предложенному Михаласом [6], присущи такие же недостатки, как и методу Дейча. В методе, выдвинутом В. Л. Хохловой, предлагается использовать непосредственно наблюдаемые контуры спектральных линий. Тогда естественным является поиск локального контура линии. Но при этом задача становится трехмерной и все равно неопределенной из-за постоянства угла наклона. Если искать локальный контур, зависящий кроме обилия элемента только от некоторых параметров, например температуры и турбулентной скорости, то мы должны искать и эти параметры, либо считать их свободными.

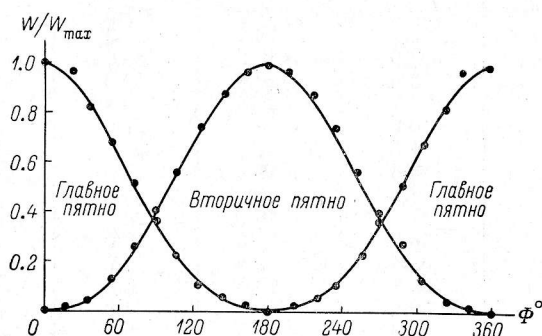


Рис. 3. Сравнение наблюдаемых (точки) и теоретических (сплошная линия) кривых изменения эквивалентной ширины линии $\text{Eu II } \lambda 4129$ для звезды 21 Per.

По нашему мнению, задачи нахождения распределений химических элементов и физических условий необходимо разделить по крайней мере на настоящем этапе исследований. Другим недостатком использования контура спектральной линии является то, что он в большей мере, чем его интегральные характеристики, отягощен всевозможными ошибками.

В данной работе не учитывается потемнение звезды к краю. Для его строгого учета необходимо знать модель атмосферы, которая зависит от химического состава в данной точке, который в свою очередь только ищется.

В качестве иллюстрации нашего метода на рис. 3 приведены для сравнения наблюдаемые и рассчитанные нормированные кривые изменения эквивалентных ширин для рассмотренного в п. 3 случая.

Автор выражает благодарность Ю. В. Глаголевскому за постоянный интерес к работе и предоставление неопубликованных данных.

Литература

1. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. — ДАН СССР, 1963, 153, с. 501—504.
2. Затменно-переменные звезды. Под ред. В. П. Цесевича. М., «Наука», 1971, 350 с.
3. Глаголевский Ю. В., Козлова К. И., Полосухина Н. С. Спектрофотометрическое изучение магнитоперменной звезды 21 Per. — *Астрофизика*, 1974, 10, вып. 4, с. 517—533.
4. Deutsch A. J. Harmonic analysis of rigidly rotating Ap stars. — *Astrophys. J.*, 1970, 159, No. 3, p. 985—999.
5. Хохлова В. Л. — В сб.: «Груды совещания по физике магнитных звезд, 5—11 июля 1973 г.». Баку, 1975.
6. Michals D. On the helium—spectrum variation of 56 Arieti and α Centauri. — *Astrophys. J.*, 1973, 184, No. 3, p. 851—871.

Ноябрь 1974 г.