

Современная звездная астрономия - 2019

Штеккелевская трехкомпонентная модель  
Галактики: проблема вертикального  
распределения плотности

Санкт-Петербургский государственный университет

Громов А.О., Никифоров И.И.

В последнее время штеккелевские потенциалы с новой силой вызывают интерес. Связано это с тем, что в таких потенциалах возможно решение уравнения Гамильтона-Якоби и, как следствие, описание движения в переменных действие-угол. В литературе приводится много различных форм (от простых до сложных) для функции фазовой плотности, выраженных в этих переменных. Широкое распространение такие модели получили в работах Дж. Бинни, однако его численный подход кажется нам не совсем корректным. В связи с этим мы используем аналитический метод, разработанный в своих работах советскими учеными.

В эллиптических координатах

$$R = z_0 \sqrt{(\xi_1^2 - 1)(1 - \xi_2^2)}, \quad z = z_0 \xi_1 \xi_2,$$

$$\xi_1 \in [1, \infty), \quad \xi_2 \in [-1, 1].$$

такие потенциалы представляются в виде

$$\Phi = \frac{\varphi(\xi_1) - \varphi(\xi_2)}{\xi_1^2 - \xi_2^2}.$$

Для определения функций  $\varphi(\xi)$  используется метод В.И. Родионова (1974). Если задан потенциал в экваториальной плоскости, то  $\varphi(\xi)$  определяется как

$$\varphi(\xi) = \xi^2 \Phi \left( R = z_0 \sqrt{|\xi^2 - 1|}, z = 0 \right) .$$

Несмотря на простоту такого подхода, в зарубежной литературе он не используется.

Для описания гало был выбран квази-изотермический потенциал, предложенный Г.Г. Кузминым, Ю.-И.К. Велтманном, П.Л. Теньесом (1986)

$$\Phi_1(R, 0) = \Phi_{0,1} \ln \left( 1 + \frac{\beta}{w(R)} \right),$$

где функция  $w(R)$  определяется как

$$w^2(R) = 1 + \kappa_1^2 \frac{R^2}{R_0^2}.$$

Диск описывается обобщенно-изохронным потенциалом

$$\Phi_2(R, 0) = \Phi_{0,2} \frac{\alpha}{(\alpha - 1) + \sqrt{1 + \kappa_2^2 R^2}}.$$

Для описания центрального балджа выбран потенциал Хенквиста

$$\Phi_3(R, 0) = -\Phi_{0,3} \frac{1}{R + \kappa_3}.$$

Оценка параметров потенциала проводилась путем сравнения модельной кривой круговых скоростей с наблюдательными данными. Исходные значения тригонометрических параллаксов и собственных движений представлены в работе **Rastorguev A.S., Utkin N.D., Zabolotskikh M.V., et al. Galactic masers: Kinematics, spiral structure and the disk dynamic state // Astrophysical Bulletin, 2017, Vol. 12, is. 2, pp. 122-140.**

А.В. Веселовой выборка была разделена на 2 группы: первая включала данные о мазерах в областях образования звезд высокой массы, вторая - данные о мазерах остальных типов.

Оценка проводилась методом наименьших квадратов, то есть минимизировалась функция

$$L^2 = \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\theta_C(R_i) - \theta_i)^2 ,$$

где

$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  – весовые коэффициенты,

$$\theta_C = -R \frac{d\Phi}{dR} .$$

Для установления и учета неоднородности группы не-HMSFR, было решено помимо значения природной дисперсии для общей выборки (HMSFR + не-HMSFR) (назовем это "подход 1"), отдельно искать природные дисперсии для первой группы (HMSFR)  $\sigma_{0,1}$  и для второй группы (не-HMSFR)  $\sigma_{0,2}$  (назовем это "подход 2"). Весовые коэффициенты были перераспределены:  $p_{i,1} = \left(\sigma_i^2 + \sigma_{0,1}^2\right)^{-1}$  - для HMSFR объектов,  $p_{i,2} = \left(\sigma_i^2 + \sigma_{0,2}^2\right)^{-1}$  - для не-HMSFR объектов.



Значения  $\sigma_{0,1}$  и  $\sigma_{0,2}$  определялись из уравнений

$$\sum_{i=1}^{N_1} p_{i,1} \cdot (\theta_C(R_i) - \theta_i)^2 = \frac{N_1}{N} N_{free},$$

$$\sum_{i=N_1+1}^N p_{i,2} \cdot (\theta_C(R_i) - \theta_i)^2 = \frac{N_2}{N} N_{free},$$

где  $N_1$  - количество HMSFR объектов (в данной работе  $N_1 = 113$ ),  $N_2$  - количество не-HMSFR объектов ( $N_2 = 33$ ), а  $N = N_1 + N_2$  ( $N = 146$ ).

Далее фиксировались значения природных дисперсий и заново решалась задача оптимизации по параметрам потенциала. С новыми значениями параметров заново находились природные дисперсии, и так до тех пор, пока не достигнется заданная точность.

Для уточнения значений параметров потенциала было решено исключить измерения с избыточными невязками (выбросы). Для этого определялись объекты, для которых

$$\frac{|\theta_C(R_i) - \theta_i|}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_{0,i}^2}} > k,$$

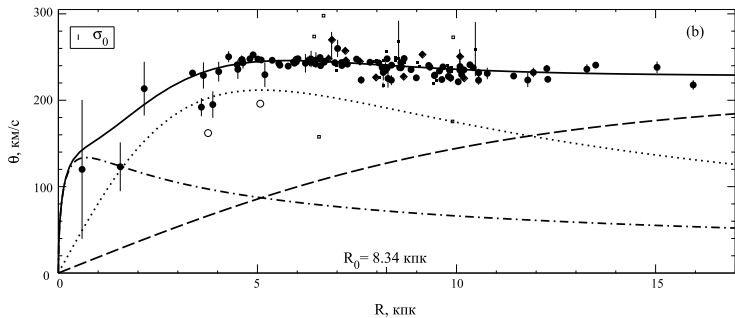
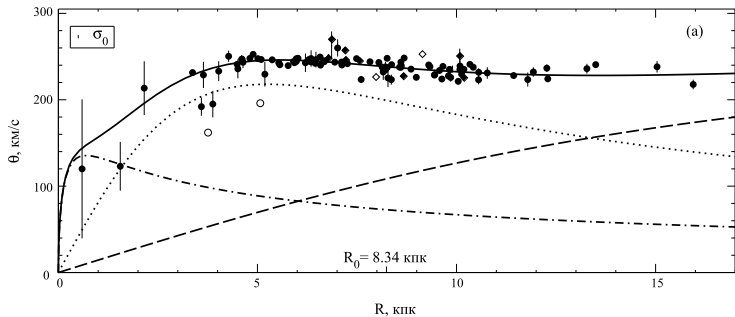
где  $k$  определяется из уравнения

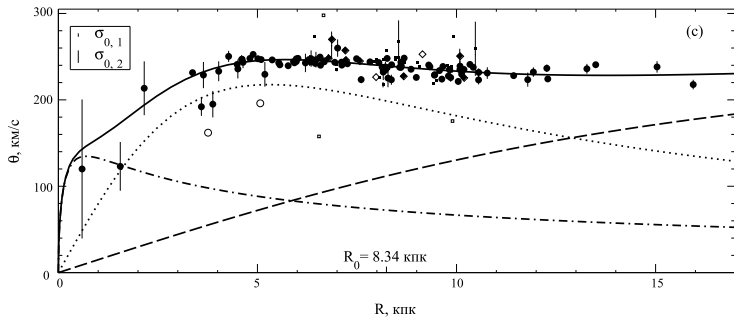
$$(1 - \psi(k)) N_{free} = 1,$$

$\psi(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$  - интеграл вероятностей, а  $\sigma_{0,i}$  может быть  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{0,1}$  или  $\sigma_{0,2}$  в зависимости от подхода и объекта. Далее из отобранных объектов исключались  $L - L'$ , где  $L' = 3$  объектов с наибольшими невязками. Если среди оставшихся объектов встречаются такие, у которых невязка превосходит значение  $k_{0.05}$  (корень уравнения  $(1 - \psi(k_{0.05})) N_{free} = 0.05$ ), то эти объекты также исключаются.

Таблица: Значения параметров после исключения выбросов

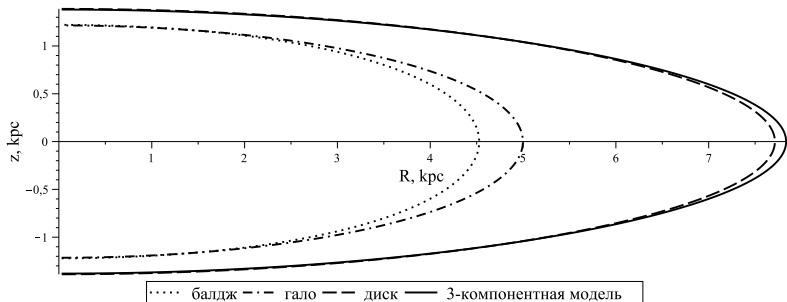
Параметр	HMSFR	HMSFR + не-HMSFR (подход 1)	HMSFR + не-HMSFR (подход 2)
$\sigma_0$ км/с	$3.85 \pm 0.38$	$6.51 \pm 0.56$	$\sigma_{0,1} = 4.09 \pm 0.37$ $\sigma_{0,2} = 14.4 \pm 1.3$
$q$	$1_{-0.018}^{+0}$	$0.8533 \pm 0.038$	$1_{-0.018}^{+0}$
$\kappa_1$ кпк <sup>-1</sup>	$0.01376 \pm 0.00027$	$0.1084 \pm 0.0073$	$0.0829 \pm 0.0016$
$\Phi_{0,1}$ км <sup>2</sup> с <sup>-2</sup>	$264.6 \pm 6.0$	$264.7 \pm 13.9$	$265.0 \pm 5.3$
$\alpha$	$0.2495 \pm 0.0046$	$0.167 \pm 0.012$	$0.1004 \pm 0.0029$
$\kappa_2$ кпк <sup>-1</sup>	$0.05455 \pm 0.00085$	$0.0752 \pm 0.0025$	$0.05652 \pm 0.00074$
$\Phi_{0,2}$ км <sup>2</sup> с <sup>-2</sup>	$321.2 \pm 1.9$	$309.9 \pm 6.5$	$314.8 \pm 1.7$
$\Phi_{0,3}$ км <sup>2</sup> с <sup>-2</sup>	$226.5 \pm 9.7$	$223.7 \pm 33.6$	$225.3 \pm 9.8$
$\kappa_3$ кпк	$0.75 \pm 0.12$	$0.64 \pm 0.31$	$0.78 \pm 0.18$





В результате штеккелевского обобщения потенциала получаем эквиденситы. На графике представлены эквиденситы для трехкомпонентной модели и отдельных компонент при

$$\rho = 0.1 \frac{M_{\odot}}{pc^3}.$$



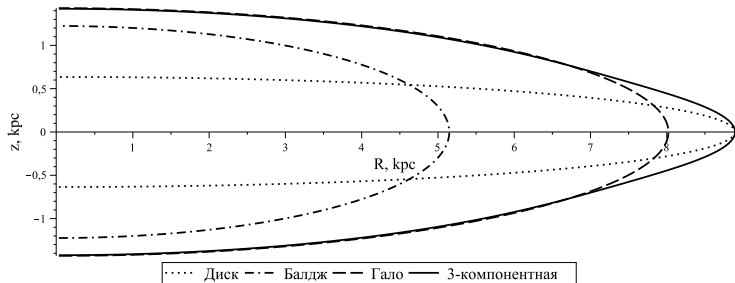
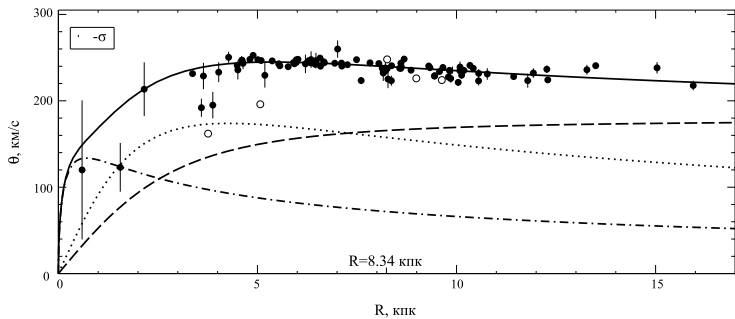
Для достижения необходимой сплюснутости диска было решено воспользоваться методами условной оптимизации. Для этого предполагалось, что ход плотности на оси симметрии совпадает с барометрическим законом

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{h_z}\right),$$

где  $h_z$  – параметр полутолщины. По Мохан и Крезе для тонкого диска  $h_z = 260 \pm 50$  пк; для толстого диска  $h_z = 760 \pm 50$  пк.

После вычисления природной дисперсии ( $\sigma_0 = 2.71 \pm 0.20$  км/с) и исключения выбросов получились следующие значения параметров:  $q = 1_{-0.0029}^{+0}$ ;  
 $\kappa_1 = 0.1890 \pm 0.0079$  кпк<sup>-1</sup>;  $\Phi_{0,1} = 177.9 \pm 1.4$  км<sup>2</sup>с<sup>-2</sup>;  
 $\alpha = 1.560 \pm 0.052$ ;  $\kappa_2 = 0.3121 \pm 0.0068$  кпк<sup>-1</sup>;  
 $\Phi_{0,2} = 290.6 \pm 2.2$  км<sup>2</sup>с<sup>-2</sup>;  $\Phi_{0,3} = 223.5 \pm 8.3$  км<sup>2</sup>с<sup>-2</sup>;  
 $\kappa_3 = 0.706 \pm 0.109$ .





Определим функции  $\varphi(\xi)$  так, чтобы одна из них отвечала за экваториальное распределение, а другая за вертикальное.

1) Обобщаем потенциал из экваториальной плоскости на все пространство с помощью метода эквипотенциалей. Для этого для потенциала в экваториальной плоскости  $\Phi(r)$  необходимо подобрать такую функцию  $f(R, z)$ , что  $r^2 = f(R, z)$ . Для диска использовались следующие варианты.

а)  $f(R, z) = R^2 + z^2 + 2\sqrt{(\varepsilon^2\mu^2R^2 + \mu^2z^2 + \varepsilon^2)}$ .

б)  $f(R, z) = R^2 + z^2 + 2(1 - \varepsilon)\sqrt{(\mu^2z^2 + \varepsilon^2)}$ .

в)  $f(R, z) = R^2 + z^2 + 2\mu\sqrt{(1 - \varepsilon)z^2 + \varepsilon^2}$ .

г)  $f(R, z) = R^2 + n \cdot z^2$ .

д)  $f(R, z) = R^2 + n + \sqrt{z^2 + b^2}$

Искомых результатов удалось добиться для вариантов б) и в) при  $\varepsilon = 0$ ;  $\mu = 1.6; 1.7$ . В этом случае они совпадают. При решении данной задачи был переопределен параметр  $z_0$ , который стал равным 2.5 кпк.

Вариант г) дал искомые эквиденситы при  $n = 3$ ;  $z_0 = 2.5$  кпк. Для гало и балджа используем обычное сферическое обобщение  $r^2 = R^2 + z^2$  в надежде добиться сферических эквиденсит.

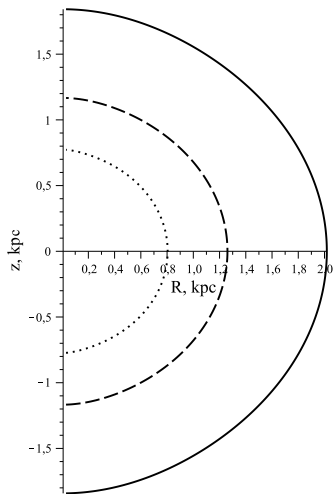
2) Для экваториального распределения функция  $\varphi(\xi)$  определяется как раньше:

$$\varphi(\xi) = \xi^2 \Phi \left( R = z_0 \sqrt{\xi^2 - 1}, z = 0 \right) .$$

Для вертикального распределения:

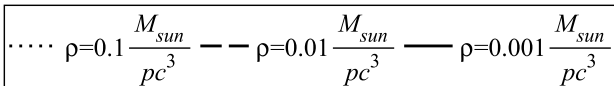
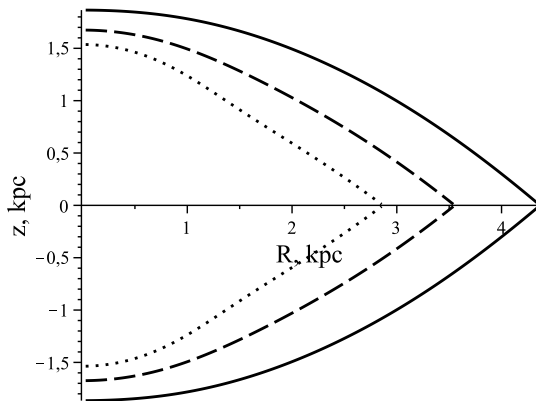
$$\varphi(\xi) = \Phi(0, 0) - (1 - \xi^2) \Phi(0, z_0 \xi) .$$

Эквиденситы для гало

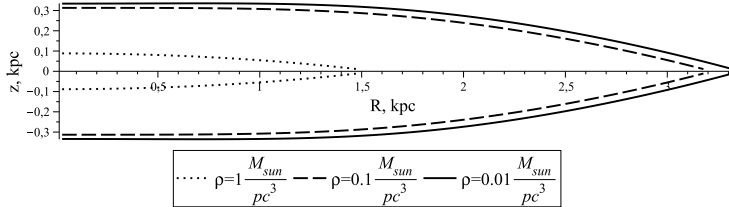


.....  $\rho = 1 \frac{M_{sun}}{pc^3}$     - - -  $\rho = 0.1 \frac{M_{sun}}{pc^3}$     —  $\rho = 0.01 \frac{M_{sun}}{pc^3}$

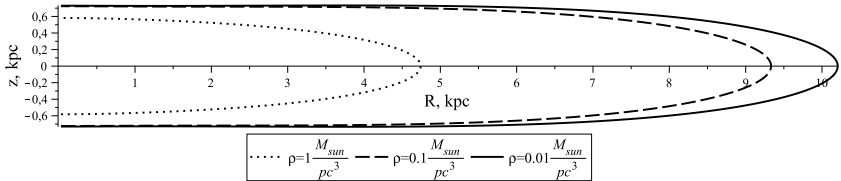
# Эквиденситы для балджа



Эквиденситы для диска



Эквиденситы для диска



В докладе были представлены два альтернативных способа решения вопроса вертикального распределения плотности в штеккелевских моделях диска. Более хорошим нам видится способ с использованием эквипотенциалей, так как в нем кривая вращения сохраняет наилучшее согласие с наблюдательными данными, а также из-за возможности выбора вида эквипотенциалей, что позволяет использовать такой метод для различных видов вертикальных профилей плотности. Кроме того, В.И. Родионов в своей работе отмечал, что модели с двумя различными функциями  $\varphi(\xi)$  лучше описывают наблюдательные данные.

Можно полагать, что нам удалось построить трехкомпонентную штеккелевскую модель нашей Галактики, согласующуюся с наблюдательными данными о вращении мазеров, вертикальным распределением плотности и значением пространственной плотности в окрестности Солнца.



*Спасибо за внимание!*